

# Grundwissen Klasse 10

## I. Funktionen

### 1. Potenzfunktionen und ganzrationale Funktionen (Mathehelfer 2: S.56-57)

- **Graphen von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten zeichnen**
- **Graphen von ganzrationalen Funktionen zeichnen**
- lineare und quadratische Funktionen (s. GW 8 und GW9)
- **Polynomdivision** (Mathehelfer 2: S.39)
- **Vorzeichenbetrachtung bei diesen Funktionen**

**Aufgabe 1:** Berechnen Sie alle Lösungen der Gleichung  $x^3 + x^2 - 5x + 3 = 0$  in der Grundmenge  $G = \mathbb{R}$  und zerlegen Sie den Term  $x^3 + x^2 - 5x + 3$  so weit wie möglich in Faktoren.

**Aufgabe 2:** Ermitteln Sie die Nullstellen von  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 25$  ( $D = \mathbb{R}$ ) und skizzieren Sie den ungefähren Verlauf des Graphen im Bereich der Nullstellen!

### 2. Merkmale von Graphen deuten und teilweise rechnerisch nachweisen

- **Bedeutung von Nullstellen /rechnerischer Ansatz** (Mathehelfer 2: S.47)
- **Steigen bzw. Fallen eines Funktionsgraphen erkennen**
- **Punktsymmetrie zum Ursprung bzw. Achsensymmetrie zur y-Achse nachweisen**
- **Schnittpunkte von Graphen ermitteln**

**Aufgabe:** Ermitteln Sie für den Funktionsterm  $f(x) = \frac{-3x}{1-x^2}$  die maximale Definitionsmenge.

Untersuchen Sie  $G_f$  auf Symmetrie und Nullstellen. Zeichnen Sie  $G_f$  z.B. mit GeoGebra.

### 3. Der Grenzwert von f, wenn $x \rightarrow \pm\infty$

- **Graphische Deutung dieser Grenzwerte**
- **Ermittlung dieser Grenzwerte für ganzrationale und gebrochen-rationale Funktionen**

**Aufgabe 1:**  $f(x) = -\frac{1}{3}x^5 + 3x$  ;  $g(x) = \frac{2x^2 - 18}{1 + x^2}$

Bestimmen Sie für die beiden Funktionen jeweils die Grenzwerte für  $x \rightarrow \pm\infty$

**Aufgabe 2:** Zeichnen Sie den Graph einer Funktion f, für den gilt:

- die Nullstellen sind bei  $x = 3$  und bei  $x = -2$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -4$  ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$

### 4. Formveränderungen bei Funktionsgraphen

Durch algebraische Umformungen lässt sich die Form des Graphen verändern (Mathehelfer 2: S.48)

- **Spiegeln an der x-Achse**  $g(x) = -f(x)$ , **Spiegeln an der y-Achse**  $h(x) = f(-x)$
- **Verschieben in x-Richtung um  $-a$**  :  $k(x) = f(x+a)$
- **Verschieben in y-Richtung um  $d$**  :  $m(x) = f(x) + d$
- **Strecken von der x-Achse aus mit Faktor  $c$**  :  $p(x) = c \cdot f(x)$
- **Strecken von der y-Achse aus mit Faktor  $c'$**  :  $q(x) = f(c' \cdot x)$

**Aufgabe :** Gegeben ist der Funktionsterm  $f(x) = x^2$ . Beschreiben Sie, wie der Graph der Funktion  $g(x) = -3(x+2)^2 - 1$  aus dem Graphen von  $f$  hervorgeht. Betrachten Sie dabei die Formveränderungen z.B. mit GeoGebra.

## 5. Exponentialfunktion, Exponentialgleichung und Logarithmen

(Mathehelfer 2: S.59, S. 40-42; S. 16-17)

- **Unterschied zwischen linearem und exponentiellem Wachstum (Abnahme)**  
(bei linearen Funktionen führt eine konstante Änderung von  $\Delta x$  immer zur gleichen Änderung des Funktionswertes  $\Delta f(x)$  ; d.h. konstante Steigung  $m = \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$  ;  
bei Exponentialfunktionen führt eine konstante Änderung von  $\Delta x$  immer zur gleichen prozentualen Änderung des Funktionswertes)
- **Kenntnis der wesentlichen Eigenschaften der Exponentialfunktion**
- **Lösen von Exponentialgleichungen (mit Exponentenvergleich, aber auch mit Logarithmen)**
- **Umformungen von Logarithmen und Logarithmusgleichungen**

**Aufgabe 1:** Lösen Sie rechnerisch die Gleichung :  $2 \cdot 1,5^x + 3 \frac{1}{4} = 10$

**Aufgabe 2:** Fassen Sie zu einem Logarithmus zusammen:  $1 - 2 \log_a x + \log_a 3x =$

**Aufgabe 3:**

Ein Kapital von 25000 Euro wird mit einem Zinssatz von 6% jährlich für 8 Jahre angelegt und die jeweilig anfallenden Zinsen mitverzinst. Berechnen Sie den Gesamtzins.

## II. Geometrie

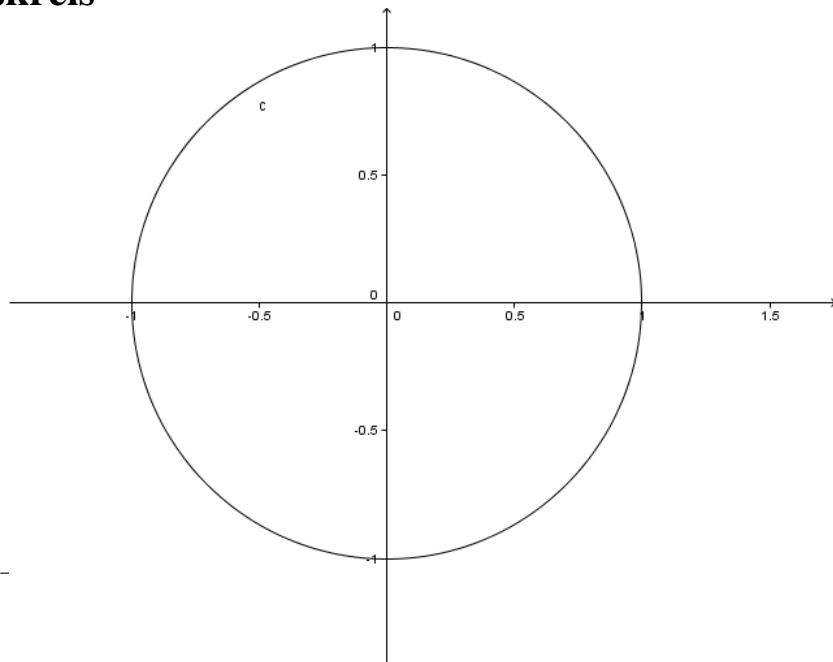
### 6. Sinus und Kosinus am Einheitskreis

(Mathehelfer 3: S.54-57)

- **Negative Winkel, Winkel größer als  $360^\circ$**
- **Bogenmaß und Gradmaß**
- **Sinus und Kosinus am Einheitskreis**

**Aufgabe 1:** Bestimmen Sie am nebenan gezeichneten Einheitskreis  $\sin 37^\circ$  und  $\cos 215^\circ$  !

**Aufgabe 2:** Geben Sie  $\alpha = 57^\circ$  im Bogenmaß an !



## 7. Sinus- und Kosinusfunktion

(Mathehelfer 3: S.56)

- Graphische Darstellung dieser Funktionen
- Formveränderungen bei der Sinusfunktion

**Aufgabe :** Zeichnen Sie den Graphen der Funktion  $f : x \mapsto 2 \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$

## 8. Kreis und Kreisteile

(Mathehelfer 3: S.38-39)

Wir kennen die Formeln für den **Flächeninhalt** und den **Umfang** eines Kreises und können mit Hilfe des Mittelpunktswinkels den Flächeninhalt eines Kreissektors und die Bogenlänge des Sektors berechnen.

**Aufgabe:**

Gegeben ist nebenstehende Figur.

Die Seitenlänge des Quadrates ist  $a$ .

a) Welchen Radius besitzt der große Kreis?

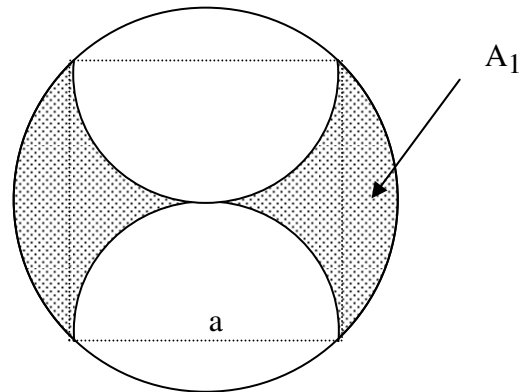
b) Berechnen Sie den Inhalt der rechten

Seitenfläche  $A_1$  außerhalb des Quadrates!

(Ergebnis :  $A_1 = \frac{a^2}{4} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$  )

c) Ermitteln Sie den gesamten Flächeninhalt der schraffierten Figur.

d) Wie viel Prozent der Kreisfläche sind schraffiert ?



## 9. Kugel

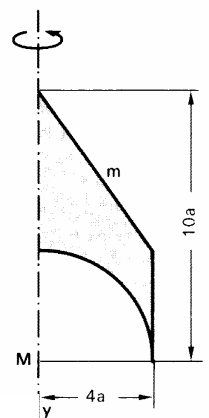
(Mathehelfer 3: S.42 - 47)

- Wiederholen Sie die wesentlichen Formeln für die uns bekannten Körper
- Wir kennen die Formeln für den **Oberflächeninhalt** und das **Volumen** einer Kugel.

**Aufgabe 1:** Ein kugelförmiger Wassertank hat den Rauminhalt 1,0 hl.

Welchen Oberflächeninhalt besitzt dieser Tank (Angabe in  $m^2$ )?

**Aufgabe 2 :** Bestimmen Sie das Volumen und den Oberflächeninhalt des entstehenden Rotationskörpers bei der Drehung der nebenstehenden Figur um die Achse  $y$ .



## III. Stochastik

- Wiederholen Sie die Begriffe „Zufallsexperimente, Baumdiagramme, Pfadregeln“
- Wir können **Vierfeldertafeln** erstellen und **bedingte Wahrscheinlichkeiten** deuten
- Wir unterscheiden deutlich die Wahrscheinlichkeiten  $P(A \cap B)$  (in der Vierfeldertafel oder am Ende des Pfades) und  $P_A(B)$  .

**Aufgabe 1:** In einer Sportgruppe fahren 70 % der Schüler Ski und 60 % der Schüler Snowboard. Ein Viertel der Schüler fährt weder Ski noch Snowboard. 11 Schüler der Gruppe fahren Ski und Snowboard.

- a) Stellen Sie die Anteile mittels einer Vierfeldertafel dar.
- b) Ermitteln Sie, wie viele Schüler insgesamt in der Sportgruppe sind.

**Aufgabe 2:** In der Steiermark (Österreich) rauchen 25 % aller Einwohner über 18 Jahren. 58 % der RaucherInnen erreichen das 70. Lebensjahr, bei den Nichtraucherinnen sind es 81 %.

- a) Erstellen Sie ein vollständiges Baumdiagramm.
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein über 18-Jähriger das 70. Lebensjahr erreicht ?
- c) Eine Person ist über 70. Mit welcher Wahrscheinlichkeit raucht sie?