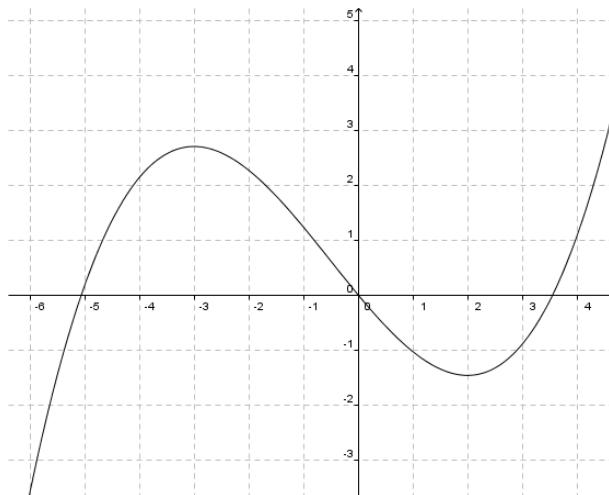


Aufgaben

1.1 Definition der Ableitung, geometrische Bedeutung und Ableitung wichtiger Grundfunktionen

- a) Gegeben ist die Funktion f mit $f: x \mapsto x^2 - x + 3$. Welche Gleichung hat die Tangente an G_f im Punkt $(2;5)$ des Graphen?
- b) Wie lautet die Gleichung der Normalen an den Graphen der Funktion $g: x \mapsto \frac{1}{x} + 2$ im Punkt $(2;3)$?
- c) Gegeben ist der in der Abb. dargestellte Graph der Funktion h . Skizziere den Graphen der Ableitungsfunktion h' .



1.2 Allgemeine Ableitungsregeln

Bilden Sie die erste Ableitung

- a) $f_1(x) = \frac{2x^2}{3x-1}$
- b) $f_2(x) = \cos \sqrt{3x}$
- c) $f_3(x) = \left(\frac{1}{5}x^5 + x^2\right)\cos x$

2.1 Maximaler Definitionsbereich

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich der Funktion

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2x-3}$$

2.2 Symmetrie

Welche der folgenden Funktionen ist achsensymmetrisch zur y-Achse, welche punktsymmetrisch zum Ursprung?

a) $f : x \mapsto x^3 + 2x$

b) $f : x \mapsto \frac{1}{8}x^2(x-2)(x+2)$

2.3 Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen; Nullstellen

a) Gegeben ist die Funktion $f : x \mapsto 2x^2 + 5x + 2$. Ermitteln Sie die Koordinaten der Schnittpunkte des Graphen G_f mit den Koordinatenachsen.

b) Bestimmen Sie die Nullstellen der ganzrationalen Funktion g mit der Vorschrift $g : x \mapsto x^3 + 2x^2 - 13x + 10$, geben Sie die Faktorenerlegung von $g(x)$ an und skizzieren Sie mit Hilfe einer Vorzeichentabelle den Funktionsgraphen.

2.4 Monotonie und Extrema

Ermitteln Sie die Nullstellen und die Extrema (Art und Lage) der folgenden Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^3$.

2.5 Krümmung und Wendepunkte

Bestimmen Sie für die folgende Funktion $f : x \mapsto x^4 - 24x^2 + 5$ Wendepunkte sowie die Intervalle mit Rechts- bzw. Linkskrümmung des Graphen.

2.6 Asymptoten und Grenzwerte

a) Für eine Funktion f gilt:

- Die Nullstelle liegt bei $x = 1$,
- für $x \mapsto \pm\infty$ ist $y = 1$ horizontale Asymptote,
- $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \infty$,
- $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$,
- Der Graph hat ein „Loch“ (stetig hebbare Definitionslücke) bei $x = -1$.

Skizzieren Sie einen möglichen Graphen dieser Funktion.

b) Berechnen Sie nachstehenden Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^2 - 4x + 1}{x^3 + 3x + 4}$$

2.7 Skizze des Funktionsgraphen

Zeichnen Sie den Graphen der Funktion

$$f(x) = \frac{10x^2 - 4x + 1}{x^3 + 3x + 4}$$

z.B. mit Geogebra.

3 Die Umkehrfunktion

- Begründen Sie, warum die Funktion $f : x \mapsto 4x^2 - 4$ für $x \geq 1$ umkehrbar ist und bilden Sie die Umkehrfunktion.
- Ermitteln Sie für die Funktion $g : x \mapsto \sqrt{x-3}$ die Umkehrfunktion g^{-1} . Ermitteln Sie rechnerisch den Schnittpunkt von G_g und $G_{g^{-1}}$ und skizzieren Sie beide Graphen in dasselbe Koordinatensystem.