

## *Mathe-Wettbewerb am Siebold 2009* *Klassen 10a.10b und 10c*

Hinweise:

1. Wettbewerbsaufgaben sind keine Schulaufgaben. In der Regel benötigt man einige Zeit, bis das gestellte Problem ganz erfasst ist. Überlegt Euch Beispiele, zeichnet zuerst auf einem Überlegungsblatt oder bastelt vielleicht.
2. In der „Reinschrift“ Eurer Lösung kommt es auch darauf an, dass Ihr Euren Lösungsweg anschaulich beschreibt (Skizzen!), besonders geschickte Lösungsideen erklärt und logisch richtig und sprachlich gut darstellt.
3. Falls Ihr eine Aufgabe nicht vollständig lösen könnt, solltet Ihr wenigstens Eure Lösungsversuche beschreiben, da auch diese bei der Bewertung berücksichtigt werden, soweit sie für die Lösung brauchbar sind. Nicht verzagen!

Viel Spaß und Erfolg wünschen Euch die Mathelehrer des SGW

### Aufgabe 1: **Ein Messproblem**

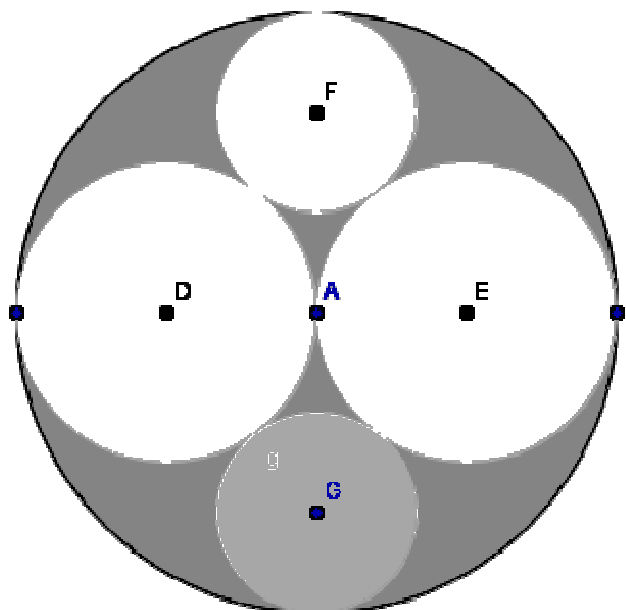
Kathi will genau 5 l Wasser in einen Quader füllen, der oben offen ist. Der Quader hat die Innenmaße 60 cm x 50 cm x 10 cm. Kathi kann das Wasser aus dem Wasserhahn direkt in den Quader füllen, ihr stehen jedoch keine weiteren Hilfsmittel zur Verfügung. Wie muss Kathi vorgehen, um genau 5 l abzumessen?

### Aufgabe 2: **Sitzordnung**

Bei einer Geburtstagsfeier sitzen elf Mädchen und elf Jungs an einem runden Tisch. Gibt es dann sicher eine Person an diesem Tisch, dessen Nachbarn beide Jungs sind oder können sich die Jugendlichen so setzen, dass dies ausgeschlossen ist ?

### Aufgabe 3: **Flächenanteil**

In einen Kreis um A mit dem Radius  $r$  sind zwei kongruente Kreise mit den Mittelpunkten D und E mit den Radien  $\frac{1}{2}r$  eingezeichnet, sowie zwei kongruente Kreise um die Punkte F und G, die die drei Kreise um A, D und E berühren. Welchen Anteil hat die schraffierte Fläche an der gesamten Kreisfläche?

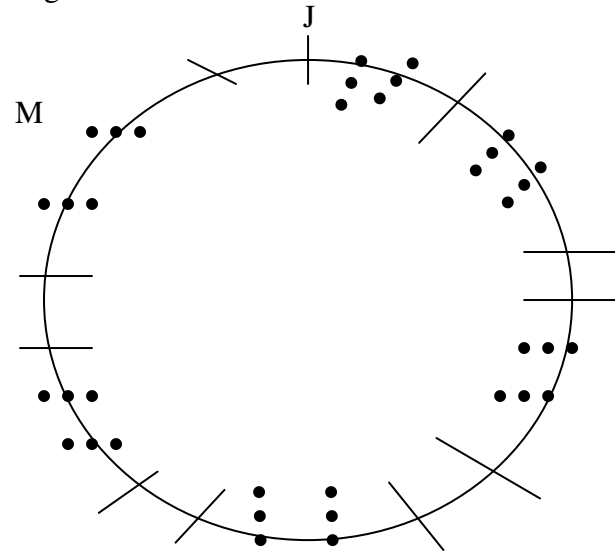


Lösungen :

zu Nr. 1: Der Quader hat das Volumen 30 l, also muss Kathi genau  $\frac{1}{6}$  des Quaders füllen.

Kathi muss dazu den Quader schief stellen und so lange Wasser einfüllen, bis das die Hälfte des Bodens entlang seiner Diagonalengerade bedeckt ist. Die Wassermenge hat jetzt die Form einer Pyramide. Reicht diese Pyramide bis zur oberen Deckfläche des Quaders, so enthält der Quader genau 5 l.

zu Nr. 2: Wir nehmen an, einen solchen Gast gibt es nicht.  
Dann gibt es keine drei Jungs, die nebeneinander sitzen, und zwischen zwei Jungs müssen auch mindestens 2 Mädchen sitzen:  
Die Sitzordnung der Jungs, bei der die geringste Anzahl von Mädchen benötigt wird, zeigt die nebenstehende Abbildung.  
Man kann sehen, dass dann mindestens 12 Mädchen nötig wären: Widerspruch !!!



zu Nr. 3:

1. Schritt: Bestimme den Kreisradius  $f$  des Kreises um  $F$ .

Dreieck  $AFD$  ist rechtwinklig:

$$\left(\frac{1}{2}r + f\right)^2 = \left(\frac{1}{2}r\right)^2 + (r-f)^2$$

$$\Rightarrow f = \frac{1}{3}r$$

2. Schritt: Schraffierte Fläche

$$A_{\text{sch}} = \pi r^2 - 2 \cdot \pi \left(\frac{1}{2}r\right)^2 - 2\pi \left(\frac{1}{3}r\right)^2$$

$$= \pi r^2 \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{2}{9}\right) = \frac{5}{18} \pi r^2$$

3. Schritt: Anteil  $\frac{5}{18}$

