Mathe-Wettbewerb am Siebold 2009
Klassen 11a.11b und 11c

Hinweise:

1. Wettbewerbsaufgaben sind keine Schulaufgaben. In der Regel benötigt man einige Zeit, bis das gestellte Problem ganz erfasst ist. Überlegt Euch Beispiele, zeichnet zuerst auf einem Überlegungsblatt oder bastelt vielleicht.

2. In der „Reinschrift“ Eurer Lösung kommt es auch darauf an, dass Ihr Euren Lösungsweg anschaulich beschreibt (Skizzen!), besonders geschickte Lösungsideen erklärt und logisch richtig und sprachlich gut darstellt.

3. Falls Ihr eine Aufgabe nicht vollständig lösen könnt, solltet Ihr wenigstens Eure Lösungsversuche beschreiben, da auch diese bei der Bewertung berücksichtigt werden, soweit sie für die Lösung brauchbar sind. Nicht verzagen!

Viel Spaß und Erfolg wünschen Euch die Mathelehrer des SGW

Aufgabe 1**: Schildbürger**

Im Land der Schildbürger sind nur zwei Münztypen im Umlauf: Eine Münze mit dem Wert 19 Schildis, die andere mit dem Wert 40 Schildis.
Ein Bürger beklagt sich beim Bürgermeister:“Ich kann etwas, das 8 Schildis oder 63 Schildis kostet nicht bezahlen.“
a) Hat der Bürger recht?
b) Welche ganzzahligen Beträge können überhaupt bezahlt werden?

Aufgabe 2: **Dreiecksfläche**

Im rechtwinkligen Dreieck ABC mit dem rechten Winkel bei C ist die Höhe h auf die Seite [AB] gegeben; der Winkel zwischen der Seite [AB] und der zugehörigen Seitenhalbierenden von C auf [AB] ist 30°.
Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABC in Abhängigkeit von h.

Aufgabe 3: **Polynome**

Wie muss b gewählt werden, damit die Polynome

$f(x) = x^2 - x - 2$ und $g(x) = 2x^3 - (2+b)x^2 + (b - 4)x + 2b$

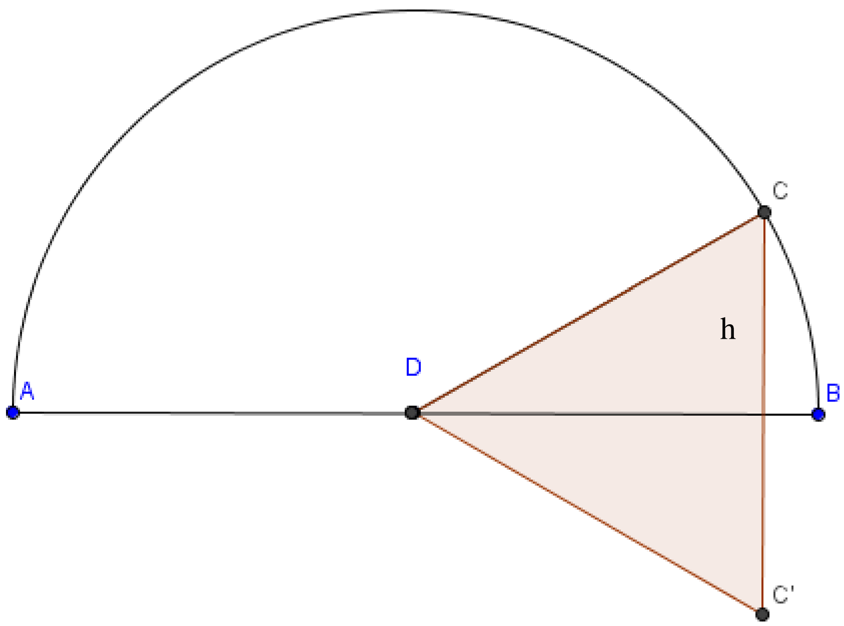
die gleichen Nullstellen haben?

Lösungen zu Nr. 1:

a) $8 = 4 \cdot 40 - 8 \cdot 19$ $\qquad$ $63 = 3 \cdot 40 - 3 \cdot 19$

b) $10 \cdot 40 - 21 \cdot 19 = 1$. Da der Bürger demnach 1 Schildi bezahlen kann, ist dies auch für jeden ganzzahligen Betrag möglich.

zu Nr. 2:



Spiegle C an AB, dann ist das Dreieck C'CD gleichseitig; d.h. $\overline{CD} = 2h$

Da D Mittelpunkt des Thaleskreises über AB ist, gilt weiter: $\overline{CD} = \overline{DB} = 2h = \frac{1}{2}\overline{AB}$.

Folglich gilt für den Flächeninhalt des Dreiecks ABC: $\quad A = \frac{1}{2} \cdot 4h \cdot h = 2h^2$

Zu Nr. 3: $f(2) = 0$ und $f(-1) = 0 \Rightarrow g_1(x) = 2(x-2)^2(x+1)$ oder

$g_2(x) = 2(x-2)(x+1)^2$

$g_1(x) = 2x^3 - 6x^2 + 8$ $\qquad \Rightarrow b = 4$

$g_2(x) = 2x^3 - 6x - 4$ $\qquad \Rightarrow b = -2$