

Mathe-Wettbewerb am Siebold 2009 Klassen 7a, 7b und 7c

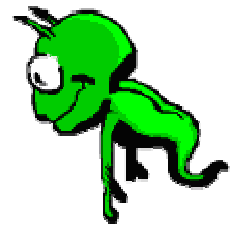
Hinweise:

1. Wettbewerbsaufgaben sind keine Schulaufgaben. In der Regel benötigt man einige Zeit, bis das gestellte Problem ganz erfasst ist. Überlegt Euch Beispiele, zeichnet zuerst auf einem Überlegungsblatt oder bastelt vielleicht.
2. In der „Reinschrift“ Eurer Lösung kommt es auch darauf an, dass Ihr Euren Lösungsweg anschaulich beschreibt (Skizzen!), besonders geschickte Lösungsideen erklärt und logisch richtig und sprachlich gut darstellt.
3. Falls Ihr eine Aufgabe nicht vollständig lösen könnt, solltet Ihr wenigstens Eure Lösungsversuche beschreiben, da auch diese bei der Bewertung berücksichtigt werden, soweit sie für die Lösung brauchbar sind. Nicht verzagen!

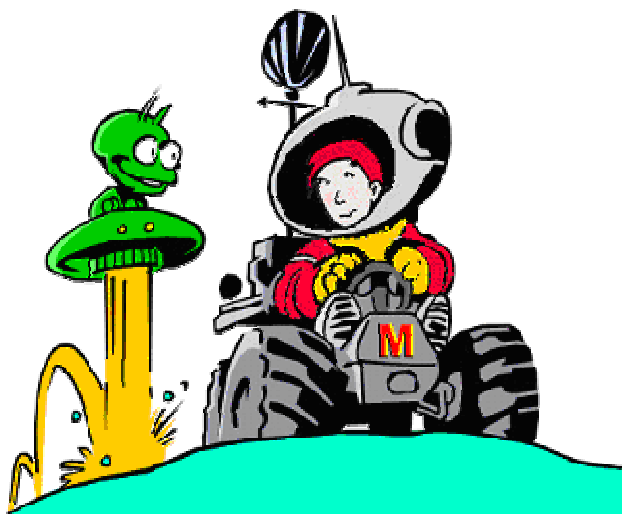
Viel Spaß und Erfolg wünschen Euch die Mathelehrer des SGW

Aufgabe 1: Alles gelogen?

Marco spielt am Computer ein Fantasy-Spiel und gelangt dabei zu einem fernen Planeten, auf dem es zwei verschiedene Arten von Bewohnern gibt: Wahrlinge und Lügenbeutel. Die Wahrlinge sagen immer die Wahrheit, während die Lügenbeutel jede Frage mit einer Lüge beantworten.



a) Marco fragt den ersten Bewohner, den er trifft: "Bist du ein Wahrling oder ein Lügenbeutel?" Welche Antwort wird Marco erhalten?



b) Marco rätselt, ob er einen Wahrling oder einen Lügenbeutel vor sich hat. In der Ferne sieht er einen zweiten Planetenbewohner. Er bittet den ersten Bewohner, den anderen zu fragen, ob er ein Wahrling sei.

Der Erste kommt zurück und berichtet: "Er hat nein gesagt."

Was kann Marco nun aus dieser Antwort schließen?

Aufgabe 2: Quadratpflanze

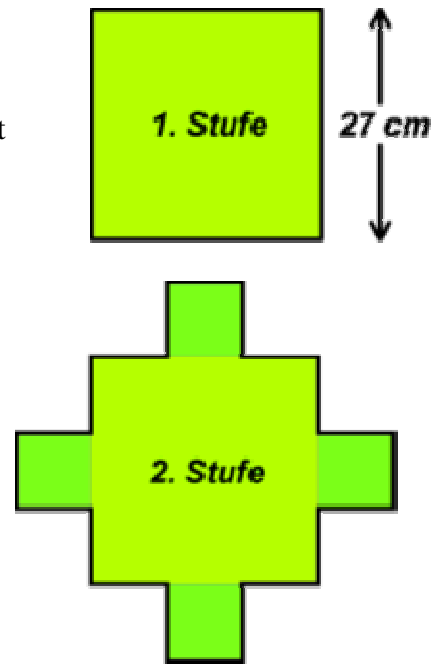
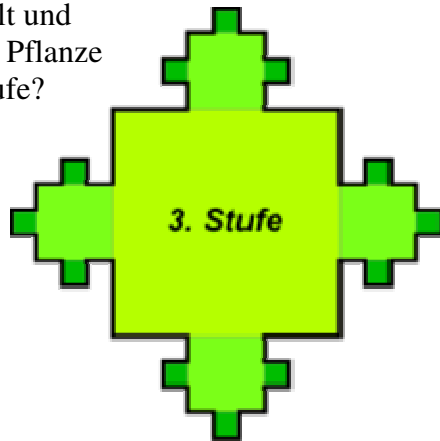
Ein Quadrat mit 27 cm Seitenlänge hat einen Flächeninhalt von 729 cm^2 und einen Umfang von 108 cm. Aus diesem Quadrat entwickelt sich in eine „Quadratpflanze“.

Bei jedem Schritt kommen an jeder freien Quadratseite der vorigen Stufe neue Quadrate hinzu, die jedoch nur noch ein Drittel der vorigen Kantenlänge besitzen. Die Pflanze der

2. Stufe hat demnach einen Flächeninhalt von 1053 cm^2 und einen Umfang von 180 cm.

a) Berechne den Flächeninhalt und den Umfang bei der Quadratpflanze der 3. Stufe!

b) Welchen Flächeninhalt und welchen Umfang hat die Pflanze der anschließenden 4. Stufe?



Aufgabe 3: Umfang und Fläche

Zeigt durch Nachrechnen und mit Hilfe einer Zeichnung:

Im Rechteck ist das Quadrat des Umfangs U größer als das Achtfache der Fläche A .

- Lösung zu Nr. 1: a) Ja
 b) Der 1. Bewohner lügt!!

zu Nr. 2:

a) 3.Stufe: Flächeninhalt = 1161 cm^2 , Umfang = 252 cm

b) 4.Stufe: Flächeninhalt = 1197 cm^2 , Umfang = 324 cm

Erklärung: So wächst der Flächeninhalt von Stufe zu Stufe:

$$1 \Rightarrow 2: 729 \text{ cm}^2 + 4 \cdot (9 \text{ cm})^2 = 729 \text{ cm}^2 + 324 \text{ cm}^2 = 1053 \text{ cm}^2,$$

$$2 \Rightarrow 3: 1053 \text{ cm}^2 + 12 \cdot (3 \text{ cm})^2 = 1053 \text{ cm}^2 + 108 \text{ cm}^2 = 1161 \text{ cm}^2,$$

$$3 \Rightarrow 4: 1161 \text{ cm}^2 + 36 \cdot (1 \text{ cm})^2 = 1161 \text{ cm}^2 + 36 \text{ cm}^2 = 1197 \text{ cm}^2.$$

Der Umfang vergrößert sich von Stufe zu Stufe wie folgt:

$$1 \Rightarrow 2: 108 \text{ cm} + 8 \cdot 9 \text{ cm} = 108 \text{ cm} + 72 \text{ cm} = 180 \text{ cm},$$

$$2 \Rightarrow 3: 180 \text{ cm} + 24 \cdot 3 \text{ cm} = 180 \text{ cm} + 72 \text{ cm} = 252 \text{ cm},$$

$$3 \Rightarrow 4: 252 \text{ cm} + 72 \cdot 1 \text{ cm} = 252 \text{ cm} + 72 \text{ cm} = 324 \text{ cm}.$$

zu Nr. 3:

$$U = 2l + 2b$$

$$U^2 = (2l + 2b)^2 = 4l^2 + 8lb + 4b^2 > 8lb = 8A$$

