

Mathe-Wettbewerb am Siebold 2009

Klassen 8a, 8b und 8c

Hinweise:

1. Wettbewerbsaufgaben sind keine Schulaufgaben. In der Regel benötigt man einige Zeit, bis das gestellte Problem ganz erfasst ist. Überlegt Euch Beispiele, zeichnet zuerst auf einem Überlegungsblatt oder bastelt vielleicht.
2. In der „Reinschrift“ Eurer Lösung kommt es auch darauf an, dass Ihr Euren Lösungsweg anschaulich beschreibt (Skizzen!), besonders geschickte Lösungsideen erklärt und logisch richtig und sprachlich gut darstellt.
3. Falls Ihr eine Aufgabe nicht vollständig lösen könnt, solltet Ihr wenigstens Eure Lösungsversuche beschreiben, da auch diese bei der Bewertung berücksichtigt werden, soweit sie für die Lösung brauchbar sind. Nicht verzagen!

Viel Spaß und Erfolg wünschen Euch die Mathelehrer des SGW

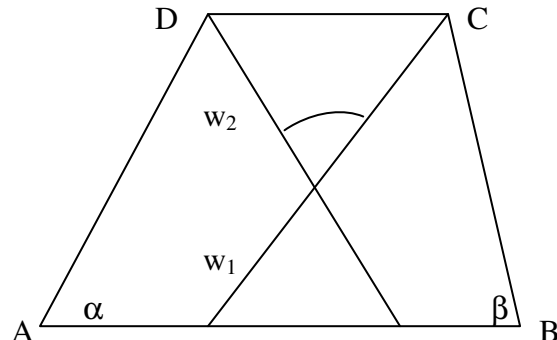
Aufgabe 1: Der Buchzerstörer

Mathis reißt 19 Blätter mitten aus einem über 300 Seiten dicken Buch heraus.
Kann die Summe der Seitenzahlen aus den herausgerissenen Blättern 2008 sein?

Aufgabe 2: Winkel im Trapez

In einem Trapez ABCD mit $AB \parallel CD$ sind α und β die Trapezinnenwinkel bei A und B. Zeigt: Das arithmetische Mittel aus α und β , also $\frac{1}{2}(\alpha + \beta)$ ist gleich dem Schnittwinkel der

Winkelhalbierenden w_1 und w_2 der Innenwinkel bei C und D.



Aufgabe 3: Nummern von Geldscheinen

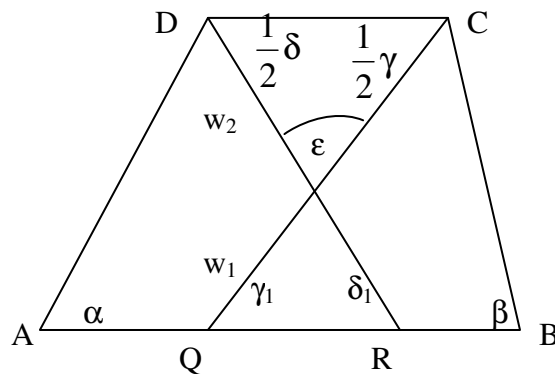
Marie behauptet: „Wenn ich aus einem dicken Bündel von Geldscheinen durch Zufall elf Scheine herausziehe, dann befinden sich unter diesen Scheinen (mindestens) zwei, bei denen die Differenz ihrer Nummern ein Vielfaches von 10 ist.“

Hat Marie Recht?

PS: In Marie's Land haben die Geldscheine Nummern.

Lösung zu Nr. 1: Die Summe der Zahlen auf der Vorderseite und der Rückseite ist stets ungerade. Die Summe aus 19 ungeraden Zahlen ist wieder ungerade.

zu Nr. 2:



$$\frac{1}{2}\gamma = \gamma_1 \quad \text{und} \quad \frac{1}{2}\delta = \delta_1 \quad (\text{Wechselwinkel})$$

Dann gilt im Dreieck BCQ : $\beta + \gamma = 180^\circ$

im Dreieck ARD : $\alpha + \delta = 180^\circ$

$$\begin{aligned} \text{weiter : } \epsilon &= 180^\circ - \frac{1}{2}(\delta + \gamma) = 180^\circ - \frac{1}{2}((180^\circ - \alpha) + (180^\circ - \beta)) = \\ &= 180^\circ - \frac{1}{2}(360^\circ - (\alpha + \beta)) = \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \end{aligned}$$

zu Nr. 3 : Die elf Geldscheine werden auf 10 Schachteln mit den Ziffern 0,1,...,8,9 so verteilt, dass die Geldscheine in die Schachtel kommen, bei der die Ziffer mit der letzten Ziffer des Geldscheines übereinstimmt.

Folglich müssen in mindestens einer Schachtel 2 Geldscheine liegen . Behauptung.