

Mathe-Wettbewerb am Siebold 2011

Klassen 5a,5b, 5c, 5d und 5e

Hinweise:

1. Wettbewerbsaufgaben sind keine Schulaufgaben. In der Regel benötigt man einige Zeit, bis das gestellte Problem ganz erfasst ist. Überlegt Euch Beispiele, zeichnet zuerst auf einem Überlegungsblatt oder bastelt vielleicht.
2. In der „Reinschrift“ Eurer Lösung kommt es auch darauf an, dass Ihr Euren Lösungsweg anschaulich beschreibt (Skizzen!), besonders geschickte Lösungsideen erklärt und logisch richtig und sprachlich gut darstellt.
3. Falls Ihr eine Aufgabe nicht vollständig lösen könnt, solltet Ihr wenigstens Eure Lösungsversuche beschreiben, da auch diese bei der Bewertung berücksichtigt werden, soweit sie für die Lösung brauchbar sind. Nicht verzagen!

Viel Spaß und Erfolg wünschen Euch die Mathelehrer des SGW

Aufgabe 1: Abzählen

Gegeben sind die fünf Buchstaben E, M, O, U, W . Sie werden auf alle möglichen Weisen angeordnet. Jede dieser Anordnungen wollen wir ein „Wort“ nennen.

Diese „Wörter“ werden nun wie im Lexikon alphabetisch geordnet; der Anfang sieht also so aus:

EMOUW, EMOWU, EMUOW, ... usw.

- a) Wie viele „Wörter“ stehen vor dem „Wort“ **MOWUE**?
- b) Welches Wort steht an der 100. Stelle?

Löst beide Aufgaben, ohne jeweils alle Wörter aufzuschreiben.

Aufgabe 2: Rechnung mit Eiern

Huhn Emma legt im Laufe von 8 Jahren 2008 Eier, jedes Jahr die gleiche Anzahl.

Von diesen brütet sie jährlich 8 Eier aus, aus denen wieder Hennen schlüpfen. Die restlichen Eier werden in der Küche verarbeitet.

Die Hennen der nächsten Generation haben die gleichen Eigenschaften, und es bestehen die gleichen Umstände: Jede dieser Hennen brütet jährlich von den gelegten Eiern wieder 8 aus, aus denen ausschließlich Hennen schlüpfen. Die übrigen Eier kommen in die Küche.

In der folgenden Generation wiederholt sich alles in gleicher Weise.

- a) Wie viele Hennen bilden die 3. Generation? Dabei bildet das Huhn Emma die 1. Generation.
- b) Wie viele Eier kommen in den ersten drei Jahren in die Küche?
- c) Wie viele Eier könnte man im dritten Jahr auf dem Bauernmarkt verkaufen, wenn man dafür ein Viertel derjenigen Eier zur Verfügung stellt, die die einjährigen Hennen legen und die in die Küche kommen sollen?

Aufgabe 3: Erdumrundung

Auf einem Flugzeugträger, der am Äquator stationiert ist, befinden sich Flugzeuge. Diese sind so konstruiert, dass der Treibstoff während des Fluges von einem Flugzeug zum anderen transportiert werden kann. Sämtliche Flugzeuge sollen zum Flugzeugträger zurück fliegen, der die einzigen Treibstoffvorräte besitzt.

Alle Flugzeuge können mit einer Treibstoffladung genau die halbe Erde am Äquator entlang umfliegen. Wie viele Flugzeuge sind mindestens nötig, damit wenigstens eines von ihnen die Erde am Äquator entlang vollständig umfliegen kann?

Lösungen:

Aufgabe 1:

- a) Zuerst kommen alle Wörter mit E am Anfang: Für den 2. Buchstaben gibt es dann 4 Möglichkeiten. (M,O,U,W), zu jeder dieser Möglichkeiten gibt es für den 3. Buchstaben jeweils 3 Möglichkeiten, für den 4. Buchstaben jeweils noch 2 Möglichkeiten, der 5. Buchstabe ist dann der restliche Buchstabe.
Also gibt es $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ Wörter mit E am Anfang.
MEOUW ist also das 25. Wort. Als 2. Buchstaben lassen wir E. Zu E gibt es Möglichkeiten gibt es für den 3. Buchstaben 3 Möglichkeiten, für den 4. Buchstaben gibt es 2 Möglichkeiten, der 5. Buchstabe liegt dann fest.
Also sind es von MEOUW bis einschließlich MEWUO $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ Wörter. Nach MEWUO kommt aber gleich MOEUW, d.h. MOEUW ist das 31. Wort und MOWUE ist das letzte Wort mit MO am Anfang. MOWUE ist also das 36. Wort.
- b) Es gibt 24 Wörter mit E, 24 mit M, 24 mit O und 24 mit U am Anfang.
Also ist das 96. Wort UWOME. Es folgen WEMOU, WEMUO, WEOMU und WEOUM.
Damit ist WEOUM das Wort mit der Platznummer 100.

Aufgabe 2:

- a) Die erste Generation besteht aus dem Huhn Emma.
Die zweite Generation besteht aus 8 Hennen.
Die dritte Generation besteht aus $9 \cdot 8 = 72$ Hennen
- b) Das Huhn Emma legt im ersten und in allen weiteren Jahren $2008 : 8 = 251$ Eier, davon kommen $251 - 8 = 243$ in die Küche.
Im folgenden Jahr legen 9 Hennen insgesamt $9 \cdot 251$ Eier = 2259 Eier. Von denen werden 72 ausgebrütet; d.h. 2187 kommen in die Küche.
Im dritten Jahr legen 81 (= 72 + 9) Hennen insgesamt $81 \cdot 251$ Eier = 20331 Eier, von denen kommen $20331 - 81 \cdot 8 = 19683$ Eier in die Küche.
In den ersten drei Jahren kommen also $243 + 2187 + 19683 = 22113$ Eier in die Küche.
- c) Im dritten Jahr gibt es 72 einjährige Hennen, sie legen $72 \cdot 251 = 18072$ Eier. Davon stehen $18072 - 72 \cdot 8 = 17496$ Eier der Küche zur Verfügung.
Wegen $17496 : 4 = 4374$ können 4374 Eier auf dem Bauernmarkt verkauft werden.

Aufgabe 3:

Wir brauchen mindestens 3 Flugzeuge (A, B und C). A soll die Erde umkreisen.

- A, B und C fliegen ein Achtel des Erdumfangs, d.h. sie besitzen noch eine $\frac{3}{4}$ Tankfüllung.
- C gibt $\frac{1}{4}$ an A und $\frac{1}{4}$ an B ab und fliegt zum Flugzeugträger zurück. A und B sind voll.
- A und B fliegen bis zu $\frac{1}{4}$ des Erdumfangs. Dort gibt B $\frac{1}{4}$ seiner Tankfüllung an A ab. A ist voll und B fliegt mit der $\frac{1}{2}$ Tankfüllung zurück.
- A fliegt mit vollem Tank $\frac{3}{4}$ des Erdumfangs. B und C haben wieder voll getankt und kommen von vorne auf A zugeflogen.
- C tankt B bei $\frac{7}{8}$ des Erdumfangs voll und kehrt um. B ist dort vollgetankt.
- Bei $\frac{3}{4}$ des Erdumfangs gibt B nun $\frac{1}{4}$ an A ab und A und B fliegen Richtung Flugzeugträger zurück. B braucht keine weitere Tankladung.

- C tankt A bei $\frac{7}{8}$ des Erdumfangs auf und beide kehren zum Flugzeugträger zurück.