Mathe-Wettbewerb am Siebold 2011
Klassen 7a, 7b, 7c und 7d

Hinweise:

1. Wettbewerbsaufgaben sind keine Schulaufgaben. In der Regel benötigt man einige Zeit, bis das gestellte Problem ganz erfasst ist. Überlegt Euch Beispiele, zeichnet zuerst auf einem Überlegungsblatt oder bastelt vielleicht.

2. In der „Reinschrift“ Eurer Lösung kommt es auch darauf an, dass Ihr Euren Lösungsweg anschaulich beschreibt (Skizzen!), besonders geschickte Lösungsideen erklärt und logisch richtig und sprachlich gut darstellt.

3. Falls Ihr eine Aufgabe nicht vollständig lösen könnt, solltet Ihr wenigstens Eure Lösungsversuche beschreiben, da auch diese bei der Bewertung berücksichtigt werden, soweit sie für die Lösung brauchbar sind. Nicht verzagen!

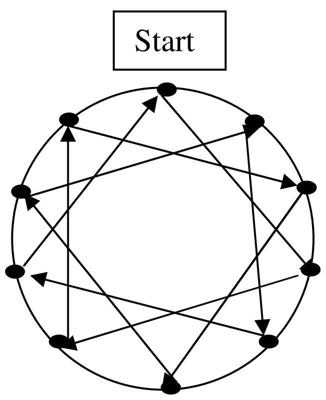
Viel Spaß und Erfolg wünschen Euch die Mathelehrer des SGW

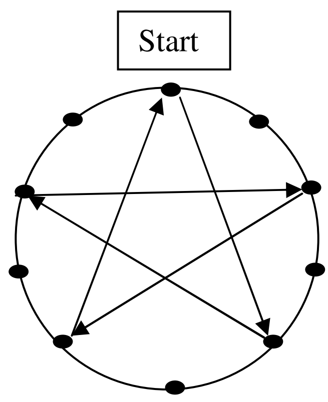
Aufgabe 1:

Chris will alle sechsstelligen Zahlen addieren, die jede der Ziffern 1, 2, 3, 4 , 5 und 6 und genau einmal enthalten. Wie viele solcher Summanden gibt es und welchen Wert hat die Summe?

Aufgabe 2:

Julia hat in ein Holzbrett 10 Nägel kreisförmig in gleichem Abstand genagelt. Sie hat festgestellt, dass man, wenn man einen bunten Faden nimmt, ihn an einem Nagel festknotet und dann in fester Schrittweite , z.B. jeden 3. Nagel weiterspannt, ein schönes Sternenmuster bekommt:





Wenn man aber jeden 4. Nagel nimmt, bekommt man auch einen Stern, jedoch kommt man nicht mehr an allen Nägeln vorbei.
Zu ihrem Geburtstag im Jahr 2008 schenkt ihr Opa ein Brett mit 2008 kreisförmig angeordneten Nägeln.
Wie viele verschiedene Muster kann sie spannen, bei denen nicht alle Nägel eingespannt werden?

Aufgabe 3:

Anna-Lena lässt eine Brücke bauen. Sie hat 8031 Verstrebungen zur Verfügung. Jede Verstrebung ist einen Meter lang. Die Brücke wird durch gleichseitige Dreiecke gebildet, die aneinander gereiht sind.
Wie lang ist die Brücke?

Lösungen

Aufgabe 1:

Es gibt 6! = 720 solcher Zahlen.

Jede Ziffer steht 120 Mal an jeder Stelle. Die Summe der Zahlen von 1 bis 6 ist 21.
$120 \cdot 21 = 2520$
D.h. an letzter Stelle steht eine 0,
an vorletzter Stelle steht die letzte Ziffer von 2520 + 252 = 2772 , folglich 2
an drittletzter Stelle steht die letzte Ziffer von 2520 + 277 = 2797 , folglich 7
an viertletzter Stelle steht die letzte Ziffer von 2520 + 279 = 2799 , folglich 9
an fünftletzter Stelle steht die letzte Ziffer von 2520 + 279 = 2799 , folglich 9
vorne stehen die Ziffern aus der Summe 2520 + 279 = 2799
d.h. die gesuchte Zahl lautet: 2 7 9 9 9 9 7 2

Aufgabe 2:

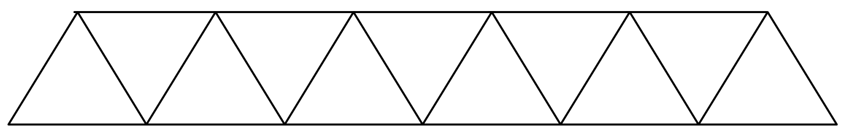
Genau die Muster spannen nicht alle Nägel ein, deren Schrittweite einen gemeinsamen Teiler mit 2008 haben.
$2008 = 2^3 \cdot 251$, 251 prim

Einen gemeinsamen Teiler größer als 1 mit 2008 haben also
- alle Vielfachen von 2 bis 2006
- alle Vielfachen von 251 kleiner als 2008, die nicht schon Vielfache von 2 sind:
  251, $3 \cdot 251 = 753$, $5 \cdot 251 = 1255$, $7 \cdot 251 = 1757$

Das sind 1003 + 4 = 1007 Zahlen.

Beim Muster kann man aber später nicht mehr unterscheiden, in welche Richtung gefädelt wurde. So geben generell die Schrittweiten 1 und 2007, 2 und 2006 ,.. u.s.w. das gleiche Muster Bei den obigen 1007 Schrittweiten ergeben also 1006 paarweise das gleiche Muster, das sind 503 Muster. Zu denen muss man noch das Muster von der Schrittweite 1004 addieren, also gibt es **insgesamt 504 Muster**.

Aufgabe 3:


1 m

1 m Brücke : 3 Stangen
2 m Brücke : 7 Stangen

allgemein: Anzahl der Stangen(x) = $4x - 1$, x : Länge der Brücke

also : $4x - 1 = 8031 \Rightarrow x = 2008$