

Mathe-Wettbewerb am Siebold 2011

Klassen 9a, 9b und 9c

Hinweise:

1. Wettbewerbsaufgaben sind keine Schulaufgaben. In der Regel benötigt man einige Zeit, bis das gestellte Problem ganz erfasst ist. Überlegt Euch Beispiele, zeichnet zuerst auf einem Überlegungsblatt oder bastelt vielleicht.
2. In der „Reinschrift“ Eurer Lösung kommt es auch darauf an, dass Ihr Euren Lösungsweg anschaulich beschreibt (Skizzen!), besonders geschickte Lösungsideen erklärt und logisch richtig und sprachlich gut darstellt.
3. Falls Ihr eine Aufgabe nicht vollständig lösen könnt, solltet Ihr wenigstens Eure Lösungsversuche beschreiben, da auch diese bei der Bewertung berücksichtigt werden, soweit sie für die Lösung brauchbar sind. Nicht verzagen!

Viel Spaß und Erfolg wünschen Euch die Mathelehrer des SGW

Aufgabe 1: Schachbrett

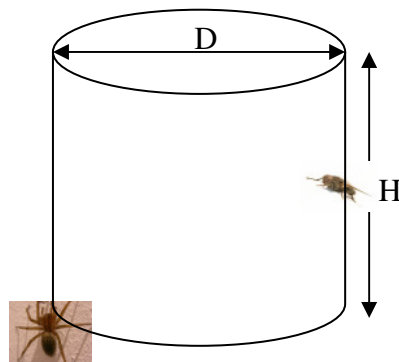
Auf jedem Feld eines 8x8 Schachbretts liegt ein weißer Stein.

Bei einem Zug wird jeder Stein des Schachbrettes nacheinander beginnend von links oben entfernt. Dieses Verfahren wird nun entlang der oberen Zeile durchgeführt.. Danach kommt die 2. Zeile, wiederum von links nach rechts usw.

Sofort, nachdem eine Lücke entstanden ist, wird sie nach folgender Regel ausgefüllt: Die weißen Steine, die in der selben Zeile oder Spalte wie diese Lücke liegen oder die diagonal direkt neben der Lücke sind, werden gezählt. Ist diese Anzahl gerade, wird ein weißer Stein in die Lücke gelegt; ist die Anzahl ungerade, so legen wir einen schwarzen Stein in die Lücke. Wird nach einer bestimmten Anzahl von Zügen wieder die Ausgangsstellung erreicht?

Aufgabe 2: Spinne und Fliege

Eine Spinne lauert an der Außenkante am Boden einer zylinderförmigen Vase aus Glas (Höhe H : 30 cm; Durchmesser D : 10 cm). Direkt gegenüber (diametral) sitzt auf halber Höhe auf der Innenseite die Fliege. Die Spinne sitzt auf der Außenseite (vgl. Skizze). Wie kommt die Spinne jetzt auf dem kürzesten Weg zur Fliege?



Aufgabe 3: 2011

- a) Könnt ihr 2011 als Summe von 12 aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen schreiben?
- b) Bestimmt alle natürlichen Zahlen n , für die gilt:
Die Summe aus der Zahl n und der Quersumme von n ist 2011!

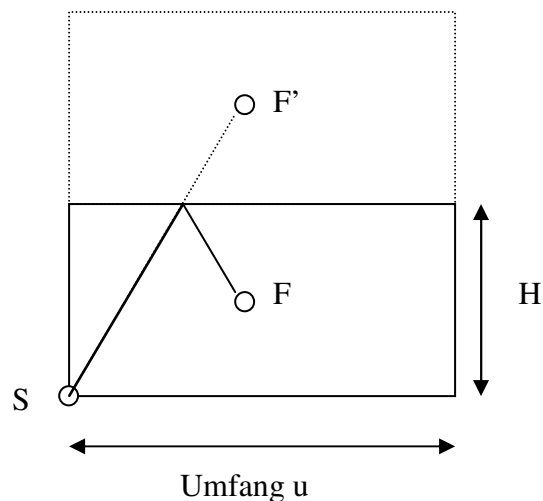
Lösungen :

Aufgabe 1:

Die Ausgangsstellung wird nicht wieder erreicht.

Widerspruchsbeweis: betrachten wir die letzte Lücke, die vor dem komplett weißen Brett entsteht (unten rechts). Alle anderen Steine müssten nun bereits weiß sein. In die Lücke muss nun aber ein schwarzer Stein, da in der Zeile 7 weiße, in der Spalte 7 weiße und diagonal ein weißer Stein (= 15 weiße Steine) liegen.

Aufgabe 2:



Der kürzeste Weg ist die Verbindung von S nach F'.

Mit Pythagoras: $\overline{SF'} = \sqrt{(5\pi)^2 + 45^2} \text{ cm} = 47,67 \text{ cm}$

Aufgabe 3:

a) Von 12 aufeinander folgenden natürlichen Zahlen sind 6 gerade und 6 ungerade. Deswegen ist die Summe dieser Zahlen gerade!

b) Fall 1 : $n \leq 1999$: Dann ist die Quersumme von n : $QS(n)$ sicher $\leq QS(1999) = 28$.

Daraus folgt : $2011 - 28 \leq n$.

Also ist $n \geq 1983$: z. B. Probieren liefert einzige Lösung : 1991!

Fall 2: $2000 \leq n \leq 2011$: liefert z. B. durch Probieren keine Lösung

Fall 3: $n \geq 2012$: Widerspruch!!