

Mathe-Wettbewerb am Siebold 2012

Klassen 7a, 7b, 7c, 7d und 7e

Hinweise:

1. Wettbewerbsaufgaben sind keine Schulaufgaben. In der Regel benötigt man einige Zeit, bis das gestellte Problem ganz erfasst ist. Überlegt Euch Beispiele, zeichnet zuerst auf einem Überlegungsblatt oder bastelt vielleicht.
2. In der „Reinschrift“ Eurer Lösung kommt es auch darauf an, dass Ihr Euren Lösungsweg anschaulich beschreibt (Skizzen!), besonders geschickte Lösungsideen erklärt und logisch richtig und sprachlich gut darstellt.
3. Falls Ihr eine Aufgabe nicht vollständig lösen könnt, solltet Ihr wenigstens Eure Lösungsversuche beschreiben, da auch diese bei der Bewertung berücksichtigt werden, soweit sie für die Lösung brauchbar sind. Nicht verzagen!

Viel Spaß und Erfolg wünschen Euch die Mathelehrer des SGW

Aufgabe 1:

Ritter Fabian

Ritter Fabian wird von der weiblichen Räuberbande überfallen und gefangen genommen. Weil Fabian sehr knapp bei Kasse ist, gibt die Räuberhauptfrau Antonie ihm die Chance, um seine Freilassung zu spielen.

Ritter Fabian erhält 50 weiße und 50 schwarze Steine, die er beliebig auf zwei Säcke verteilen kann. Antonie wählt dann blind einen der beiden Säcke und nimmt daraus einen Stein. Ist der Stein weiß, dann ist der Ritter Fabian ohne Lösegeld frei, aber wenn die Räuberhauptfrau einen schwarzen Stein zieht, dann beträgt das Lösegeld 200 Goldstücke.

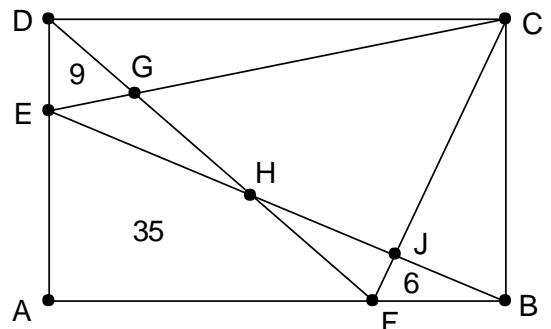
Wie kann der clevere Ritter Fabian die Steine so verteilen, dass er möglichst gute Gewinnchancen hat?

Wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass er Lösegeld bezahlen muss?

Aufgabe 2:

Flächeninhalte

Die Strecken [BE], [EC], [DF] und [CF] zerlegen das Rechteck ABCD in mehrere Teilflächen. Der Flächeninhalt des Dreiecks DEG beträgt 9 cm^2 , der des Dreiecks FBJ 6 cm^2 und die Fläche des Vierecks AFHE ist 35 cm^2 . Wie groß ist der Flächeninhalt des Vierecks GHJC?



Aufgabe 3:

Differenzen

Florian schreibt unter die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 dieselben Zahlen nochmals in irgendeiner anderen Reihenfolge. Nun subtrahiert er jeweils die untenstehenden Zahlen von den darüber stehenden und multipliziert die neun entstandenen Differenzen miteinander.

Florian behauptet, dass dieses Produkt immer gerade ist.

Hat er Recht?

Viel Spaß!!

Lösungen

Aufgabe 1:

- a) Ritter Fabian legt einen weißen Stein in Sack 1 und alle anderen Steine in Sack 2.
- b) Er zahlt Lösegeld, wenn Sack 2 und ein schwarzer Stein gezogen wird: 50% von $50/99$
 $= 25,25\%$.

Aufgabe 2:

Wir betrachten das Dreieck DFC mit Basis DC und Höhe CB. Sein Flächeninhalt beträgt die Hälfte des Rechtecks. Dann setzt sich die andere Hälfte aus den Flächeninhalten der Dreiecke DAF und FBC zusammen. Entsprechend beträgt der Flächeninhalt von Dreieck BCE ebenfalls die Hälfte der Rechtecksfläche und ist gleich der Summe der Flächeninhalte der Dreiecke ECD und ABE.

Mit den gegebenen Werten erhalten wir (in cm^2) die Summengleichheit:

$$A(\text{CDG}) + A(\text{GHJC}) + A(\text{HFJ}) = 9 + A(\text{EHG}) + 35 + A(\text{BCJ}) + 6 =$$

$$A(\text{EHG}) + A(\text{GHJC}) + A(\text{BCJ}) = 9 + A(\text{CDG}) + 35 + A(\text{HFJ}) + 6.$$

Insbesondere ist $A(\text{CDG}) + A(\text{GHJC}) + A(\text{HFJ}) = 9 + A(\text{CDG}) + 35 + A(\text{HFJ}) + 6$, woraus $A(\text{GHJC}) = 9 + 35 + 6 = 50$ (in cm^2) folgt.

Aufgabe 3:

Florian hat Recht.

Von den Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sind fünf ungerade und vier gerade Zahlen. Schreibt man unter diese Zahlen dieselben Zahlen nochmals in irgendeiner anderen Reihenfolge, so muss danach in jedem Fall unter mindestens einer der ungeraden Zahlen eine andere ungerade Zahl stehen. Die Differenz dieser beiden Zahlen ist gerade. Das Produkt aller Differenzen ist somit immer gerade, da immer mindestens ein Faktor gerade ist. Florian hat Recht!