

Lösungen zum Übungsblatt

1. a) G_f hat als Asymptoten die beiden Koordinatenachsen, also keine schrägen Asymptoten.
 b) G_f hat als Asymptoten die Gerade g und die y -Achse.
 c) $f(x) = 3x + 1 + \frac{1}{x}$: G_f hat als Asymptoten g und die y -Achse.
 d) $\frac{x^2}{x^2 - 4} = \frac{x^2 - 4 + 4}{x^2 - 4} = 1 + \frac{4}{x^2 - 4}$; $f(x) = 3x + 2 + \frac{4}{x^2 - 4}$:
 G_f hat als schräge Asymptote die Gerade g^* : $y = 3x + 2$
 (und außerdem zwei senkrechte Asymptoten).

2. a) falsch: $D_{f_{\max}} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$
 b) wahr: $0 \in D_f$ und $f(0) = \frac{3 \cdot 0 + 6}{(0 - 2)(0 + 1)^2} = \frac{6}{-2} = -3$
 c) falsch: G_f besitzt zwei senkrechte Asymptoten mit den Gleichungen $x = 2$ und $x = -1$.
 d) wahr: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$
 e) wahr: Nullstelle ist $x = -2$.
 f) wahr: $f(3) = \frac{15}{1 \cdot 16} = \frac{15}{16}$; $A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{15}{16} = \frac{45}{32}$

3. Die durchschnittliche tägliche Längenzunahme (in $\frac{\text{mm}}{\text{d}}$) betrug

a) $\frac{f(5) - f(0)}{5} = \frac{19 - 0}{5} = 3,8$ b) $\frac{f(10) - f(5)}{5} = \frac{80 - 19}{5} = 12,2$ c) $\frac{f(10) - f(0)}{10} = 8,0$

6. a)

x	0	25	55	100	200	300
Blutalkoholgehalt nach x min (in g)	0,0	25,5	30,5	27,0	15,0	2,5

Mittlere Änderungsrate (in g min^{-1}):

(1) $\frac{25,5 - 0,0}{25 - 0} = 1,02$ (2) $\frac{30,5 - 0,0}{55 - 0} \approx 0,55$ (3) $\frac{27,0 - 30,5}{100 - 55} \approx -0,08$
 (4) $\frac{15,0 - 0,0}{200 - 0} = 0,075 \approx 0,08$ (5) $\frac{2,5 - 15,0}{300 - 200} = -0,125 \approx -0,13$

- b) Da die Sekante durch $(25 | 25,5)$ und $(82 | 29,5)$ (etwa) parallel zur Sekante durch $O(0 | 0,0)$ und $(200 | 15,0)$ ist, ist die mittlere Änderungsrate im Intervall $[25; 82]$ (etwa) ebenso groß wie im Intervall $[0; 200]$.
 c) $\frac{y}{0,7 \cdot 80} = 0,5$; $y = 28$; $(x_1 \approx 33)$; $x_2 \approx 94$: Nach gut eineinhalb Stunden ist Sepp wieder fahrtüchtig.

7. Skizze:

Anmerkung: Mögliches Beispiel für eine Funktion ist

$f: f(x) = 4 - x^2$; $D_f = \mathbb{R}$.

