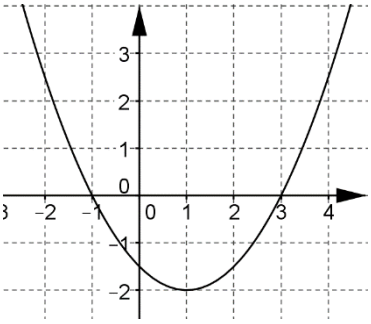
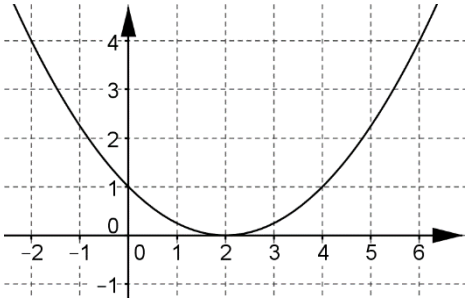
Grundlagen 3	**Ganzrationale Funktionen**	Q 11/12 SGW

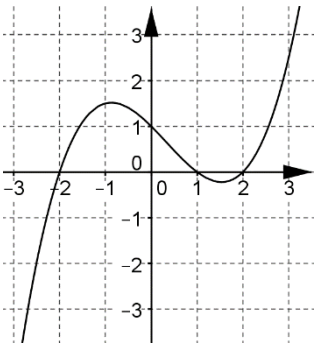
Bestimme jeweils den Funktionsterm mit Hilfe der Nullstellen:

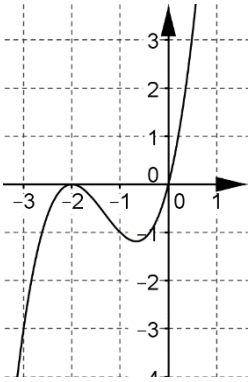
_____



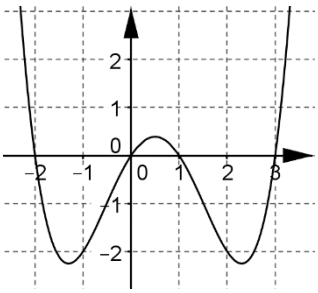


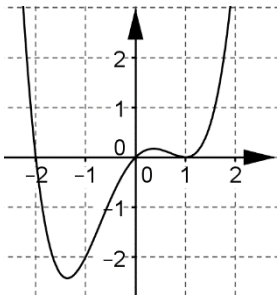
_____



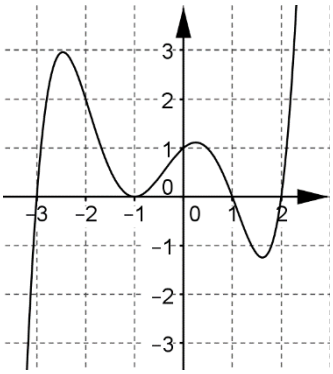


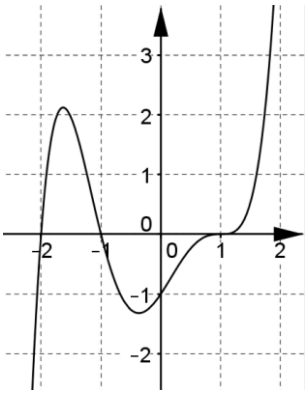
_____





_____





Grad n des Polynoms:_____

Zahl der Nullstellen: _____

Ordnung der Nullstellen:

Kommt der Linearfaktor (x –a) in der vollständig faktorisierten Form des Funktionsterms

n-mal vor, so besitzt die Funktion _____

Bei einer Nullstelle mit ungerader Ordnung _____

bei einer Nullstelle mit gerader Ordnung _____

Verhalten an den Grenzen des Definitionsbereichs/für (betragsmäßig) große x-Werte:

Ausschlaggebend ist die größte Potenz von x im Term mit dem zugehörigen Koeffizienten a,

also f (x) = $\mathbf{a}x^n + \ldots$.

	n ungerade Zahl a positiv	**n gerade Zahl a positiv**
Beschreibung des Verlaufs im KOSY		
Schreibweise mit Grenzwerten		
	n ungerade Zahl a negativ	**n gerade Zahl a negativ**
Beschreibung des Verlaufs im KOSY		
Schreibweise mit Grenzwerten		

Symmetrieverhalten:

Nachweis der Achsensymmetrie zur y-Achse: _____

Nachweis der Punktsymmetrie zum Ursprung: _____

Aufgabe 1

Bestimme die Nullstellen der folgenden Funktionen und skizziere jeweils den Verlauf des Graphen:

a) $f(x) = -2x^3(x+2)^2 \cdot (x-3)$ b) $g(x) = 3(x^2-1)(x^2+4)$

Aufgabe 2

Gegeben sind die Graphen von drei ganzrationalen Funktionen f, g und h.

a) Welche der sieben folgenden Funktionsterme gehört zu einem der drei Graphen? Ordne zu!

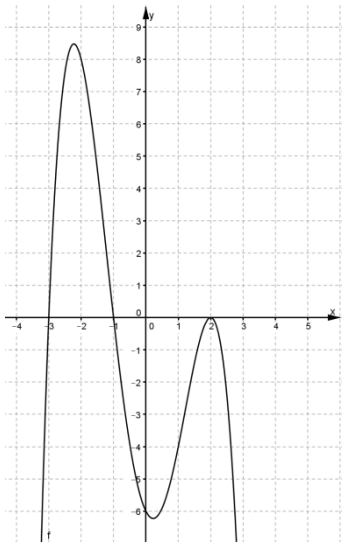
$f_1(x) = a(x-1)(x-3)(x+2)^2$ $f_2(x) = ax^4 + 3x^2 + b$ $f_3(x) = a(x+1)^2(x+3)(x-2)$

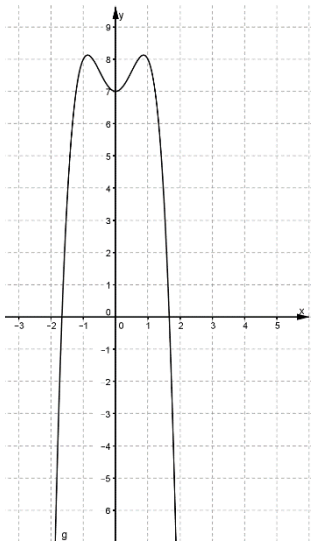
$f_4(x) = ax^3 - 2x + b$ $f_5(x) = a(x+1)(x+3)(x-2)^2$ $f_6(x) = ax^5 + x^4$

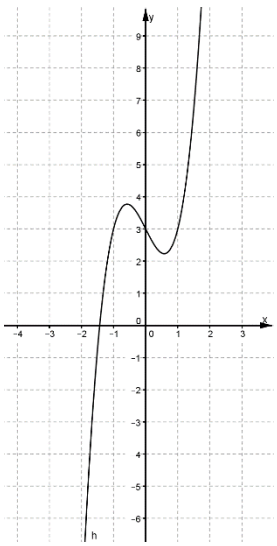
$f_7(x) = -x^3 + 2bx + 3$

(Achte jeweils auf den Grad der Funktion (→ Verlauf im Unendlichen) und die Ordnung der Nullstellen)

b) Bestimme jeweils die Parameter a und b in diesen drei Termen.







Aus Abituraufgaben von 2012 und 2015

1 An einer Wand im Innenhof der von Antoni Gaudi gestalteten Casa Batlló in Barcelona findet man ein Keramikkunstwerk (vgl. Abbildung 1).

Der annähernd parabelförmige obere Rand des Kunstwerks soll durch den Graphen einer ganzrationalen Funktion modellhaft dargestellt werden. Auf dem Graphen sollen bei Verwendung des eingezeichneten Koordinatensystems die Punkte $A(-2|0)$, $B(2|0)$ und $C(0|5)$ liegen (1 LE entspricht 1 m, d. h. das Kunstwerk ist 5 m hoch).

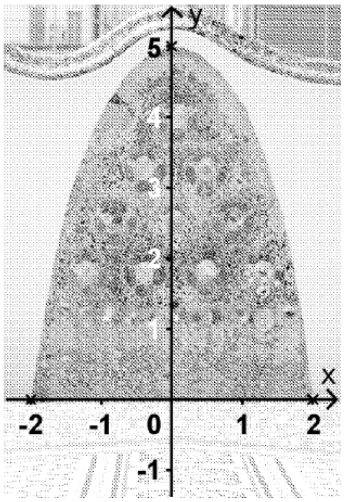


Abb. 1

a) Ermitteln Sie den Term einer in IR definierten quadratischen Funktion p, deren Graph durch die Punkte A, B und C verläuft.

(zur Kontrolle: $p(x) = -1{,}25x^2 + 5$)

Ein den oberen Rand des Kunstwerks genauer darstellendes Modell liefert der Graph der in IR definierten ganzrationalen Funktion q vierten Grades mit $q(x) = -0{,}11x^4 - 0{,}81x^2 + 5$. Der Graph von q wird mit G_q bezeichnet.

b) Weisen Sie rechnerisch nach, dass G_q symmetrisch bezüglich der y-Achse ist, durch die Punkte A und B verläuft

2 Gegeben ist die Schar der in IR definierten Funktionen $f_n : x \mapsto x^4 - 2x^n$ mit $n \in \mathbb{N}$ sowie die in IR definierte Funktion $f_0 : x \mapsto x^4 - 2$.

a) Die Abbildungen 1 bis 4 zeigen die Graphen der Funktionen f_0, f_1, f_2 bzw. f_4. Ordnen Sie jeder dieser Funktionen den passenden Graphen zu und begründen Sie drei Ihrer Zuordnungen durch Aussagen zur Symmetrie, zu den Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen oder dem Verhalten an den Grenzen des Definitionsbereichs des jeweiligen Graphen.

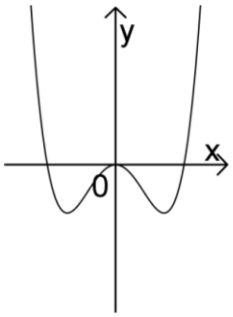


Abb. 1

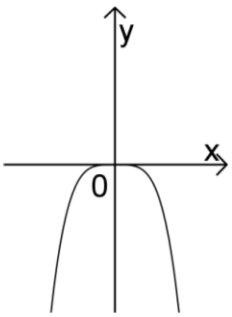


Abb. 2

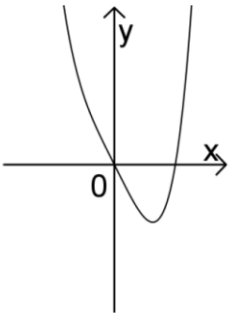


Abb. 3

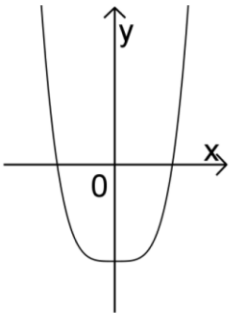


Abb. 4

b) Betrachtet werden nun die Funktionen f_n mit $n > 4$. Geben Sie in Abhängigkeit von n das Verhalten dieser Funktionen für $x \to +\infty$ und für $x \to -\infty$ an.