Aufgaben LS, Kapitel I Gebrochen-Rationale Funktionen

S.12

8

Skizzieren Sie die Funktionsgraphen der Funktionen.

a) $f: x \mapsto \frac{1}{x-4}$ b) $f: x \mapsto \left(\frac{1}{x-4}\right)^2$

c) $f: x \mapsto \frac{1}{4-x}$ d) $f: x \mapsto \frac{1}{(4-x)^2}$

9

Geben Sie eine gebrochen rationale Funktion an, deren maximal mögliche Definitionsmenge D_f ist. Finden Sie mehrere Möglichkeiten?

a) $D_f = \mathbb{R}\setminus\{-3\}$ b) $D_f = \mathbb{R}\setminus\{-2; 2\}$

c) $D_f = \mathbb{R}\setminus\{-2; 3\}$ d) $D_f = \mathbb{R}$

10

Geben Sie die maximal mögliche Definitionsmenge sowie das Verhalten an den Definitionslücken an und bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion. Erstellen Sie mit diesen Erkenntnissen eine Skizze des Funktionsgraphen.

a) $f: x \mapsto \frac{2x+3}{x^2-5x+4}$ b) $f: x \mapsto \frac{2x^2-4x}{2x^2-8x+8}$

c) $f: x \mapsto \frac{x^2+5x+2}{(x+1)^2}$ d) $f: x \mapsto \frac{3x}{x^3-3x+2}$

S.13

12

Geben Sie eine gebrochen rationale Funktion an, mit

a) Nullstelle 1 und Polstelle 3 mit Vorzeichenwechsel,
b) Nullstelle 1 und Polstelle 3 ohne Vorzeichenwechsel,
c) einer Definitionslücke bei $x = 2$, die keine Polstelle ist,
d) einer Definitionslücke, die keine Polstelle ist und einer Polstelle ohne Vorzeichenwechsel.

Überprüfen Sie mit dem Funktionsplotter, ob die von Ihnen gefundene Funktion jeweils die Vorgaben erfüllt.
Stellen Sie Ihrer Nachbarin/Ihrem Nachbarn ähnliche Aufgaben und kontrollieren Sie die Ergebnisse.

13

Für jedes $t \in \mathbb{R}$ ist durch die Gleichung $f_t(x) = \frac{1}{x^2+t}$ eine Funktion f_t gegeben.

a) Ermitteln Sie die maximal mögliche Definitionsmenge von f_t in Abhängigkeit von t.
b) Zeichnen Sie die Graphen von f_t für $t = -1$; $t = 0$ und $t = 1$ in ein gemeinsames Koordinatensystem.

S.17

7

Welche der Funktionen f_1 bis f_{10} haben
- die waagrechte Asymptote $y = 0$;
- die waagrechte Asymptote $y = -2$;
- die schräge Asymptote $y = x - 3$?

$f_1: x \mapsto \frac{1+2x}{2-x}$ $f_2: x \mapsto \frac{0{,}5x-1}{x^2+2}$

$f_3: x \mapsto \frac{4x+3}{1-2x}$ $f_4: x \mapsto x - 3 + \frac{4}{x-2}$

$f_5: x \mapsto \frac{-2x^2+7x-2}{1-2x}$ $f_6: x \mapsto \frac{1-0{,}5x}{x-3}$

$f_7: x \mapsto \frac{x+1}{2-x^2}$ $f_8: x \mapsto \frac{x^3-2x}{x-1}$

$f_9: x \mapsto \frac{3}{2x}$ $f_{10}: x \mapsto \frac{1}{(x-2)^2} + x - 3$

9

Geben Sie eine gebrochen rationale Funktion an, deren Graph die durch die Gleichungen gegebene(n) Asymptote(n) besitzt.

a) $y = -1$; $x = 0$ b) $x = 1{,}5$

c) $x = -1$; $y = x - 2$ d) $x = -2$; $x = 2$

e) $y = x$ f) $y = 0$; $x = \sqrt{2}$

Testen Sie Ihre Ergebnisse ggf. mit einem Funktionsplotter.

g) Begründen Sie, dass eine gebrochen rationale Funktion nicht gleichzeitig die Asymptoten $y = 1$ und $y = 2x + 1$ haben kann.

S.16

2

Bestimmen Sie die Gleichungen aller Asymptoten.

a) $f: x \mapsto \frac{4}{2x+1}$ b) $f: x \mapsto \frac{x-1}{x+1}$

c) $g: x \mapsto \frac{3-2x}{4x^2-1}$ d) $g: x \mapsto \frac{3+2x^2}{4x^2+1}$

e) $f: x \mapsto \frac{2x^3-1}{4x^2-x^3}$ f) $g: x \mapsto \frac{3x^2-2x}{2x-1}$

g) $s: x \mapsto x - \frac{1}{x-1}$ h) $g: x \mapsto \frac{3x}{(x-2)^2}$

S.21

3

Bestimmen Sie die Definitionsmenge und untersuchen Sie den Graphen der Funktion auf Symmetrieeigenschaften und Asymptoten. Ermitteln Sie die Nullstellen und skizzieren Sie den Funktionsgraphen.

a) $f: x \mapsto \frac{2-3x}{x+1}$ b) $g: x \mapsto \frac{1{,}5x}{x^2-1}$

c) $f: x \mapsto \frac{1}{2}x - 1 - \frac{2}{3x+2}$ d) $f: x \mapsto \frac{x^2-4}{2x^2+1}$

e) $g: x \mapsto \frac{4-2x}{x^2-2x-3}$ f) $g: x \mapsto \frac{2x^2-1}{x-2}$

S.25

1

Beschreiben Sie das Verhalten in der Umgebung der Definitionslücke und skizzieren Sie den Graphen der Funktion.

a) $f: x \mapsto \frac{1}{x-2}$ b) $f: x \mapsto \frac{1}{(x-2)^2}$

c) $f: x \mapsto \frac{1}{2-x}$ d) $f: x \mapsto \frac{1}{(2-x)^2}$

e) $f: x \mapsto \frac{2x(2-x)}{x-2}$ f) $f: x \mapsto \frac{-1}{(x-2)^2}$

2

Erklären Sie, wie man am Term einer gebrochen rationalen Funktion f erkennen kann, dass an einer Definitionslücke x_0 keine senkrechte Asymptote vorliegt.

3

Geben Sie die maximal mögliche Definitionsmenge der Funktion g an und bestimmen Sie ihre Nullstellen.

a) $g: x \mapsto \frac{2+x}{2-x}$ b) $g: x \mapsto \frac{3x-1}{x^2-2x+1}$

c) $g: x \mapsto \frac{2+x^2}{2-x^2}$ d) $g: x \mapsto 3x^2-2x-1$

e) $g: x \mapsto \frac{2-5x}{6}$ f) $g: x \mapsto \frac{3x+x^2}{x^2-9x+8}$

g) $g: x \mapsto \frac{3}{2x+x^2}$ h) $g: x \mapsto \frac{2^x-3}{1+x^2}$

4

Bestimmen Sie die Gleichungen aller Asymptoten des Graphen von f.

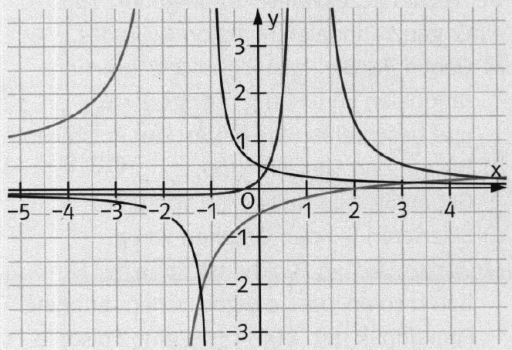
a) $f: x \mapsto \frac{3}{2x-1}$ b) $f: x \mapsto \frac{2x^2-x}{x^2-2}$

c) $f: x \mapsto \frac{x^2}{(2x+3)(x-5)}$ d) $f: x \mapsto \frac{x^2+3}{x}$

e) $f: x \mapsto 2x - \frac{2}{x+1}$ f) $f: x \mapsto \frac{x^3-1}{3x+1}$

8

Ordnen Sie den Graphen jeweils einen Funktionsterm der Kärtchen auf dem Rand richtig zu.



$f: x \mapsto \frac{x+2}{x-1}$

$f: x \mapsto \frac{3x+1}{5x^2-10x+5}$

$f: x \mapsto \frac{x}{x-1}$

$f: x \mapsto \frac{x+1}{(x-1)^2}$

$f: x \mapsto \frac{x-2}{2x^2-2x-4}$

$f: x \mapsto \frac{x-2}{2x+4}$

9

Zeichnen Sie jeweils die angegebenen Asymptoten in ein Koordinatensystem und skizzieren Sie eine gebrochen rationale Funktion, deren Graph die Asymptoten besitzen könnte (ohne Funktionsterme zu bestimmen).

a) $x = 1;\ y = 2x - 2$

b) $x = -4;\ x = -2;\ y = -2$

10

Bestimmen Sie die Definitionsmenge und untersuchen Sie den Graphen der Funktion auf Symmetrieeigenschaften und Asymptoten. Ermitteln Sie die Nullstellen und skizzieren Sie den Funktionsgraphen.

a) $f: x \mapsto \frac{1-x^2}{2x^2-1}$ b) $g: x \mapsto \frac{1{,}5-2x}{4x-1}$

c) $h: x \mapsto x - \frac{1}{2} + \frac{1}{4x+3}$ d) $f: x \mapsto \frac{4x}{x^2+1}$

Die Lösungen zu den Aufgaben dieser Seite finden Sie auf Seiten XXX und XXX.