| Klasse | Art | Schwierigkeit | Thema | |
|---|---|---|---|---|
| **11** | **Üben** | **XXX** | **Gebrochen-rationale Funktionen 1** | **W3** |

Gegeben ist die Funktion f: $f(x) = \dfrac{27}{9+x^2}$ ; $D_f = \mathbb{R}$

a) Begründen Sie, dass gilt: $0 < f(x) \leq 3$ für jeden x-Wert aus $D_f$ .

b) Zeigen Sie, dass $G_f$ symmetrisch zur y-Achse ist.

c) Fertigen Sie mit Hilfe des TR's eine Zeichnung von $G_f$ an.

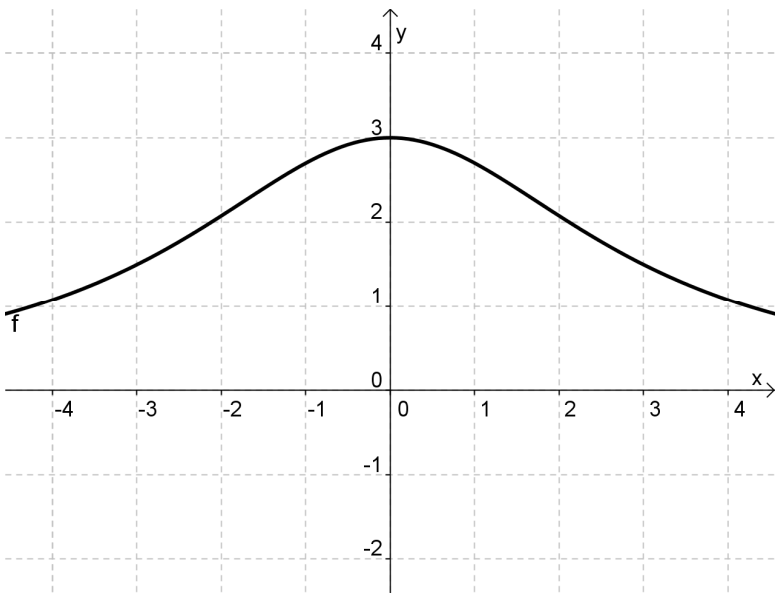
d) Finden Sie heraus, wie viele Punkte $G_f$ mit der Parabel Pa mit der Gleichung $y=ax^2$, $a \in \mathbb{R}^+$ gemeinsam hat. Kontrollieren Sie Ihr Ergebnis mit Hilfe eines Funktionsplotters.

| Klasse | Art | Schwierigkeit | Thema | |
|---|---|---|---|---|
| **11** | **Lösung** | **XXX** | **Gebrochen-rationale Funktionen** | **W3** |

a) $f(x) > 0$ , da sowohl der Zähler (27) als auch der Nenner $(9 + x^2)$ immer positiv sind.
$f(x) \leq 3$, da $(9 + x^2) \geq 9$ $\Rightarrow$Behauptung

b) Ansatz $f(-x) = \dfrac{27}{9+(-x)^2} = \dfrac{27}{9+x^2} = f(x)$ $\Rightarrow$ $G_f$ ist achsensymmetrisch zur y-Achse.

c)



d) Parabeln der Gleichung $y=ax^2$ , $a \in \mathbb{R}^+$ sind nach oben offene Parabeln mit dem Scheitel S(0/0). Diese schneiden $G_f$ immer in 2 Punkten.

Rechnung : f(x) = y

$$\frac{27}{9+x^2} = ax^2 \qquad / (9+x^2)$$

$$27 = 9ax2 + ax4$$

$$ax4 + 9ax2 - 27 = 0$$

Substitution : $x^2 = t$ : $at^2 + 9at - 27 = 0$

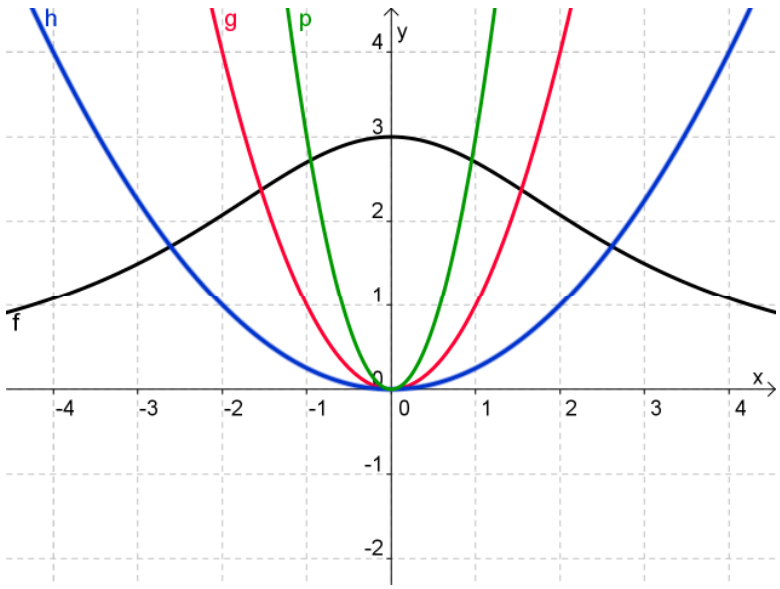
Löse quadratische Gleichung : Diskriminante $D = 81a^2 + 108a > 81a^2$

Lösungsformel: $t_1 = \frac{-9a+\sqrt{D}}{2a} > 0$

$t_2 = \frac{-9a+\sqrt{D}}{2a} < 0$

Rücksubstitution : $x^2 = t_1 > 0$ hat 2 Lösungen

$x^2 = t_1 < 0$ hat keine Lösung

Ergebnis: Es gibt zwei x-Werte für Schnittstellen und somit zwei Schnittpunkte.

Skizzen : $a_1 = 1$ : $g(x) = x^2$ ; $a_2 = 0{,}25$ : $h(x) = 0{,}25\,x^2$ ; $a_3 = 3$: $p(x) = 3\,x^2$