Klasse	Art	Schwierigkeit	Thema	
11	**Üben**	**XX**	**Gebrochen-rationale Funktionen 3**	**W11**

Gegeben sind die Funktion f: $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{2}{x}$; $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, und die Gerde g mit der Gleichung $y = \frac{1}{2}x$.

a) Zeigen Sie, dass der Funktionsgraph Graph G_f punktsymmetrisch zum Ursprung ist.

b) Untersuchen Sie f auf Nullstellen sowie auf Pole und zeichnen Sie G_f .

c) Für welche positiven Werte von $x \in D_f$ gilt die Ungleichung: $f(x) - \frac{1}{2}x < \frac{1}{10}$?

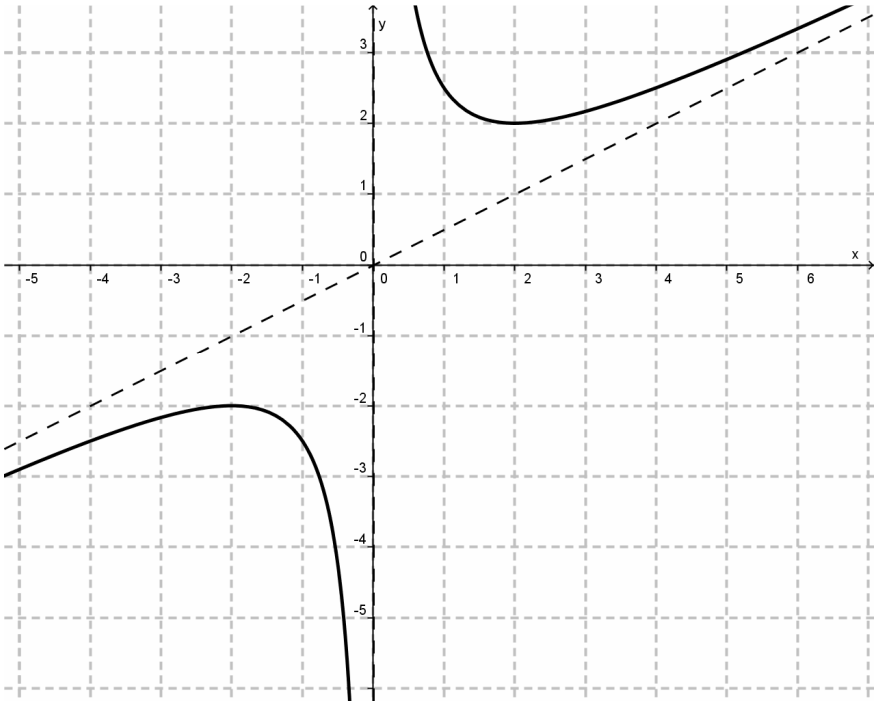
d) Begründen Sie, dass die Gerade g eine schräge Asymptote von G_f ist.

Klasse	Art	Schwierigkeit	Thema	
11	**Lösung**	**XX**	**Gebrochen-rationale Funktionen 3**	**W11**

a) Symmetrie: $f(-x) = \frac{1}{2}(-x) + \frac{2}{(-x)} = -\frac{1}{2}x - \frac{2}{x} = -\left(\frac{1}{2}x + \frac{2}{x}\right) = -f(x)$

$\Rightarrow$ G_f ist punktsymmetrisch zum Ursprung.

b) $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{2}{x} = \frac{x^2+4}{2x}$ $\Rightarrow$ keine Nullstelle, einfache Polstelle : x = 0



c) $f(x) - \frac{1}{2}x = (\frac{1}{2}x + \frac{2}{x}) - \frac{1}{2}x = \frac{2}{x} < \frac{1}{10}$

Löse : $\frac{2}{x} < \frac{1}{10} \quad / \cdot 10x$

$20 < x \quad \Rightarrow \quad x > 20$

d) $\lim\limits_{x \to \pm\infty} (f(x) - \frac{1}{2}x) = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{2}{x} = 0$;

d.h. G_f nähert sich der Geraden $y = \frac{1}{2}x$ für $x \to \pm\infty$ beliebig nahe.

Gerade ist Asymptote.