

Klasse	Art	Schwierigkeit	Thema	S. 57
11	Lösung	XX	Produktregel	13

$$\text{a) } f(x) = \frac{x}{x+1} \Rightarrow f'(x) = \frac{(x+1) \cdot 1 - x \cdot 1}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2}$$

Berechne die y-Koordinate des ersten Berührungspunktes: $f(1) = \frac{1}{2} \Rightarrow P_1\left(1/\frac{1}{2}\right)$

Berechne die Steigung des Graph an der Stelle $x = 1$: $f'(1) = \frac{1}{4} \Rightarrow m = \frac{1}{4}$

Ansatz für die Tangente: $y = m \cdot x + t$

Setze die Koordinaten des Punktes und die Steigung ein: $\frac{1}{2} = \frac{1}{4} \cdot 1 + t \Rightarrow t = \frac{1}{4}$

Tangente 1: $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$

Berechne die y-Koordinate des zweiten Berührungspunktes: $f(2) = \frac{2}{3} \Rightarrow P_2\left(2/\frac{2}{3}\right)$

Berechne die Steigung des Graph an der Stelle $x = 2$: $f'(2) = \frac{1}{9} \Rightarrow m = \frac{1}{9}$

Ansatz für die Tangente: $y = m \cdot x + t$

Setze die Koordinaten des Punktes und die Steigung ein: $\frac{2}{3} = \frac{1}{9} \cdot 2 + t \Rightarrow t = \frac{4}{9}$

Tangente 2: $y = \frac{1}{9}x + \frac{4}{9}$

$$\text{b) } f(x) = \frac{4x^3 - 2}{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{x \cdot 12x^2 - (4x^3 - 2) \cdot 1}{x^2} = \frac{8x^3 + 2}{x^2}$$

Berechne die y-Koordinate des ersten Berührungspunktes: $f(1) = 2 \Rightarrow P_1(1/2)$

Berechne die Steigung des Graph an der Stelle $x = 1$: $f'(1) = 10 \Rightarrow m = 10$

Ansatz für die Tangente: $y = m \cdot x + t$

Setze die Koordinaten des Punktes und die Steigung ein: $2 = 10 \cdot 1 + t \Rightarrow t = -8$

Tangente 1: $y = 10x - 8$

Berechne die y-Koordinate des zweiten Berührungspunktes: $f(2) = \frac{30}{2} = 15 \Rightarrow P_2(2/15)$

Berechne die Steigung des Graph an der Stelle $x = 2$: $f'(2) = \frac{66}{4} = 16,5 \Rightarrow m = 16,5$

Ansatz für die Tangente: $y = m \cdot x + t$

Setze die Koordinaten des Punktes und die Steigung ein: $15 = 16,5 \cdot 2 + t \Rightarrow t = -18$

Tangente 2: $y = 16,5x - 18$