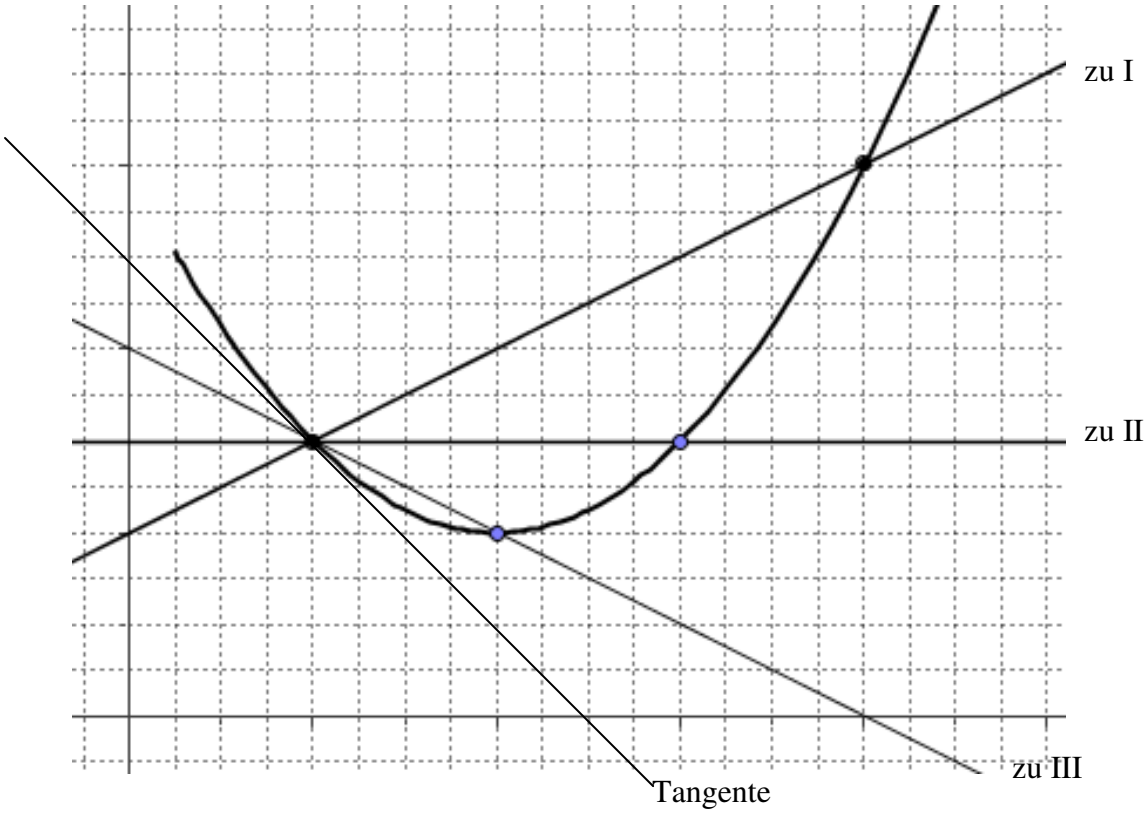
2. Differentialquotient und lokale Änderungsrate

Bsp: f(x) = $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 6$

Graph:



Intervall	Steigung m
I: [2; 8]	$m_1 = \frac{f(b)-f(a)}{b-a} = \frac{f(8)-f(2)}{8-2} = \frac{6-3}{8-2} = 0{,}5$
II: [2; 6]	$m_2 = \frac{f(6)-f(2)}{6-2} = 0$
III: [2; 4]	$m_3 = \frac{f(4)-f(2)}{4-2} = -0{,}5$
lokal: (Stelle $x_0 = 2$)	$m_{Tangente} = \lim\limits_{x \to 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} \approx -1$

Die Steigung der Tangente an den Graph an der Stelle x = 2 ergibt sich aus dem Grenzwert einer gebrochenrationalen Funktion mit der Definitionslücke x = 2:
(Mündlich: Loch, da Nenner und Zähler Nullstelle bei x = 2 haben)

$$\frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \frac{\frac{1}{4}x^2 - 2x + 6 - 3}{x-2} = \frac{\frac{1}{4}x^2 - 2x + 3}{x-2} \overset{Polynomdivision}{=} \frac{1}{4}x - 1{,}5$$

$$m_{Tangente} = \lim_{x \to 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{x \to 2}\left(\frac{1}{4}x - 1{,}5\right) = -1$$

Definitionen:

1. Wenn für eine Funktion f an der Stelle x_0 der Grenzwert $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ der mittleren Änderungsrate existiert, dann heißt er <u>Differentialquotient oder lokale (momentane) Änderungsrate</u> von f an der Stelle x_0 (Bezeichnung: m_{x0})

2. Die Gerade durch den Punkt P_0 (x_0/f(x_0)) mit der Steigung m_{x0} heißt <u>Tangente</u> an den Graphen in P_0.

3. Die Tangentensteigung m_{x0} wird als <u>Steigung des Graphen</u> im Punkt P_0 bezeichnet.