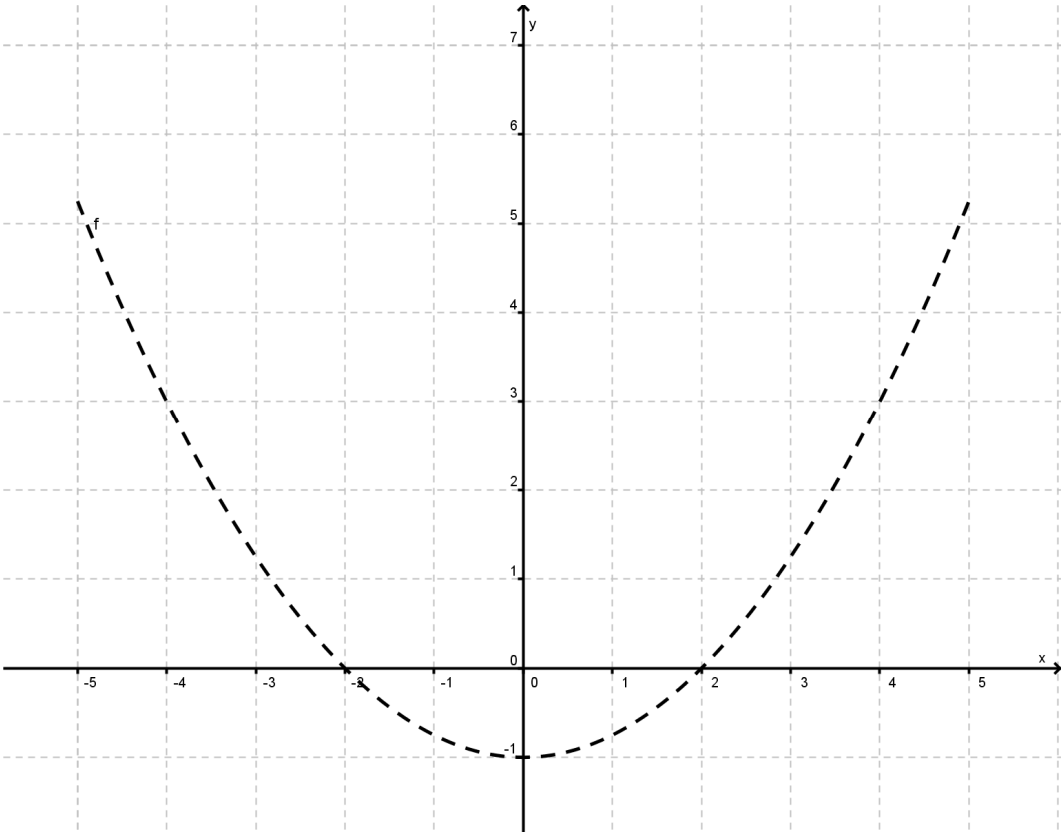
5. Stammfunktion

Wir betrachten die Funktion mit der Funktionsvorschrift f: $x \mapsto \frac{1}{4}x^2 - 1;\ x \in [-5;5]$

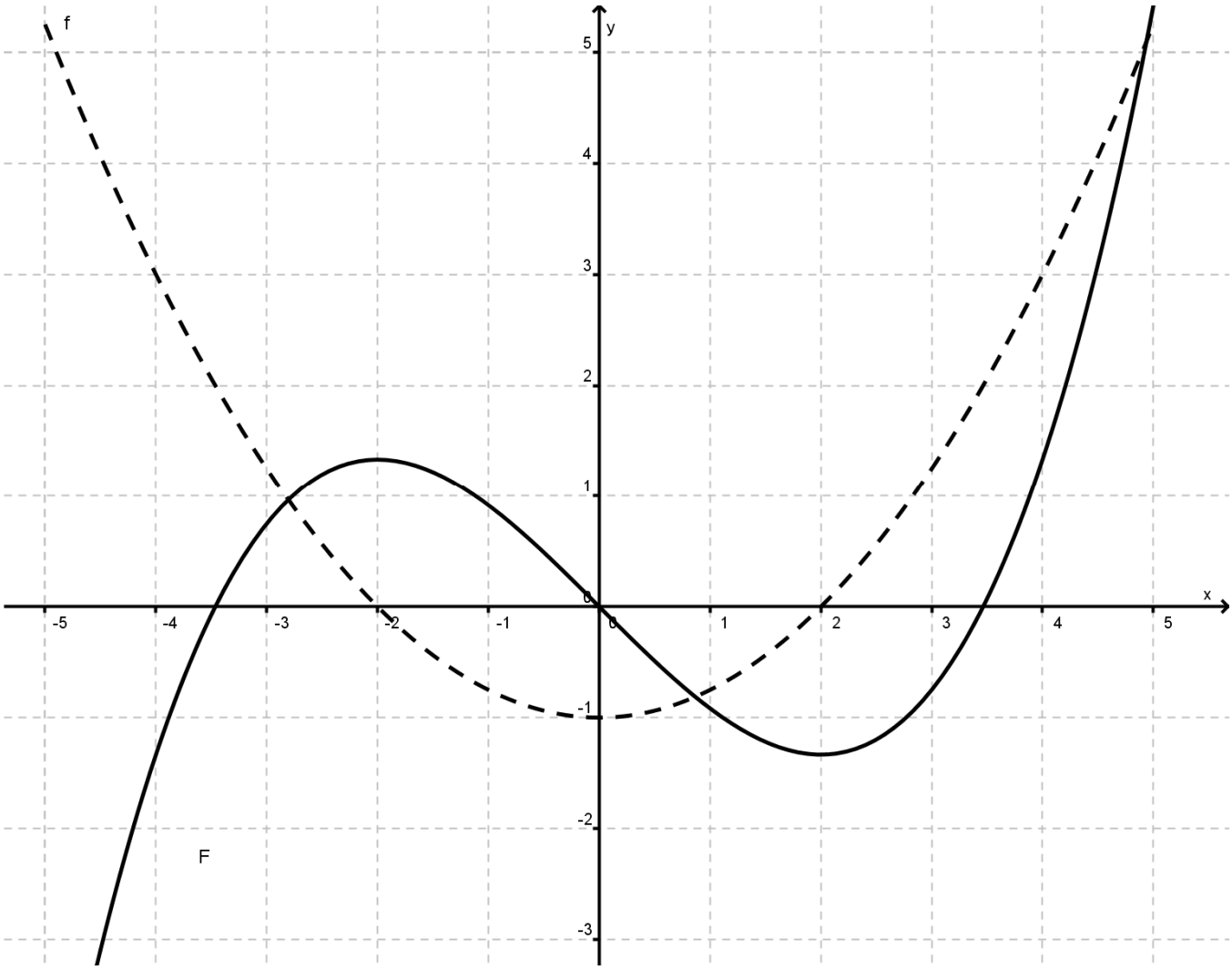


Während wir im letzten Kapitel die Funktion f'(x) gesucht haben, die uns an jeder Stelle des Graphen von f die Ableitung (d.h. die Steigung der Tangente an dieser Stelle) angibt, suchen wir nun graphisch nach Funktionen F, deren Ableitung f ist.

<u>Definition:</u> Eine Funktion F heißt Stammfunktion von f, wenn gilt : F'(x) = f(x).

Betrachten wir nun das obige Beispiel, so finden wir einige Eigenschaften von F:

- der Graph von F (G_F) steigt für $x < -2$, da G_f in diesem Bereich oberhalb der x-Achse liegt
- G_F hat an der Stelle $x = -2$ eine waagrechte Tangente, da $f(-2) = 0$ ($f(-2) = F'(-2)$)
- G_F fällt im Bereich $]-2;2[$, da in diesem Bereich gilt : $f(x) = F'(x) < 0$
- G_F fällt am stärksten an der Stelle $x = 0$, da f an dieser Stelle den kleinsten Funktionswert hat ($f(0) = F'(0) = -1$)
- G_F hat an der Stelle $x = 2$ eine waagrechte Tangente, da $f(2) = 0$ ($f(2) = F'(2) = 0$)
- G_F steigt für $x > 2$, da in diesem Bereich gilt : $f(x) = F'(x) > 0$
- Wir können an jeder Stelle die Steigung der Funktion (Steigung der Tangente an G_F) angeben; z. B. $F'(-4) = f(-4) = 3$ oder $F'(1) = f(1) = \frac{1}{4} \cdot 1^2 - 1 = -\frac{3}{4}$
- usw.


f
y
x
F
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5