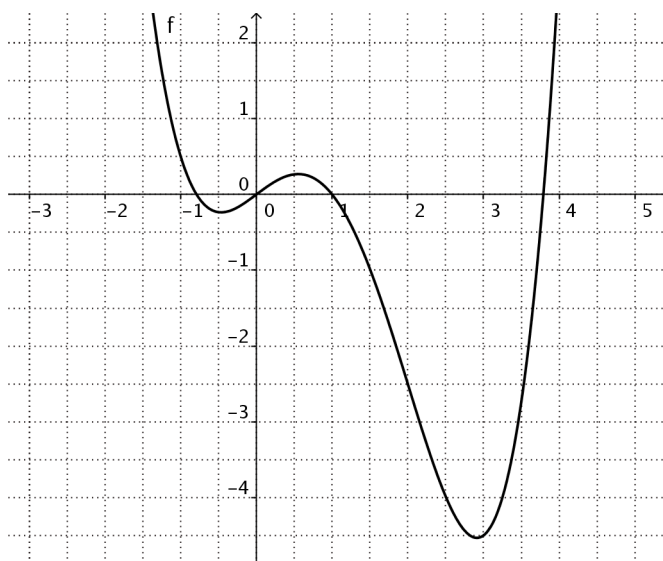


Klasse	Art	Schwierigkeit	Thema	S.66
11	Üben	X	Monotonie	4

a) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^3 + \frac{3}{4}x$



f fällt streng monoton (smf) im Bereich $x \in]-\infty; -0,5]$,

ist streng monoton steigend (sms) im Bereich $x \in [-0,5; 0,7]$,

ist dann wieder smf im Bereich $x \in [0,7; 2,8]$

und steigt schließlich streng monoton im Bereich $x \in [2,8; \infty[$.

Die Grenzen dieser sogenannten **Monotonieintervalle** sind dabei näherungsweise abgelesen.

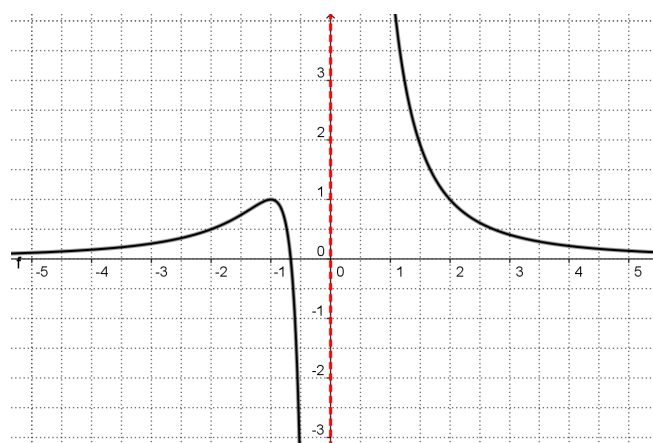
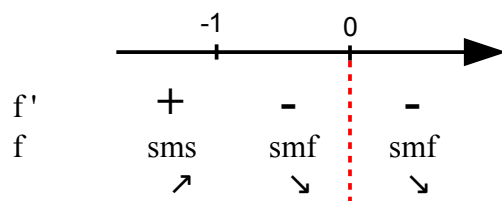
Die Ableitungsfunktion von f ist in den smf-Intervallen negativ, verläuft also unterhalb der x -Achse, in den sms-Intervallen ist sie positiv.

Verkürzt und prägnant kann dies in folgendem Schema dargestellt werden:

	-0,5	0,7	2,8	
Ableitung f'	-	+	-	+
Funktion f	smf ↘	sms ↗	smf ↘	sms ↗

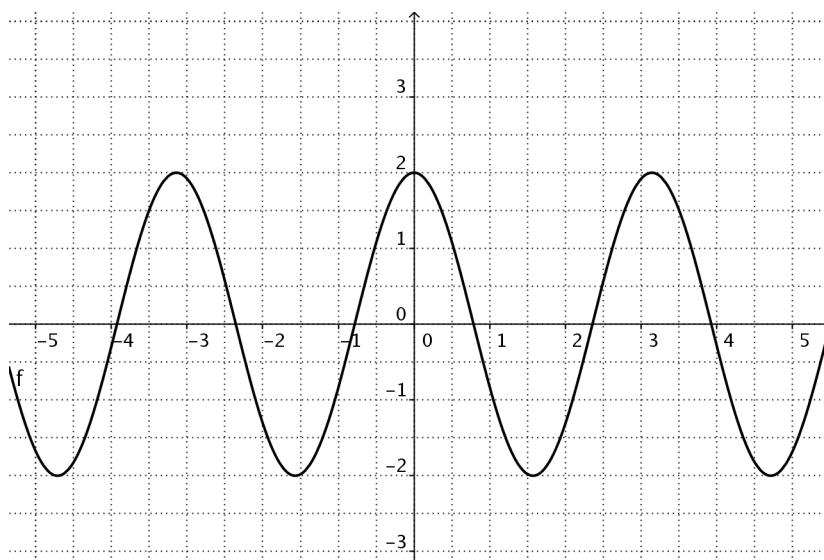
Die Skalierung der Zahlengerade (x -Achse) muss dabei nicht maßstabsgetreu sein.

b) $f(x) = \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3}$; $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$



Wichtig: Bei Funktionen mit Definitionslücken müssen diese bei der Einteilung der Monotonieintervalle herangezogen werden, das sich hier das Monotonieverhalten ändern kann!

c) $f(x) = 2\sin\left(2x + \frac{1}{2}\pi\right)$



Die Funktion wechselt in regelmäßigen Abständen ihr Monotonieverhalten von sms auf smf und umgekehrt. Jedes der Intervalle hat die Länge $\frac{1}{2}\pi$:

Der Graph von f fällt streng monoton für $x \in \left[-\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$; $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$; $x \in \left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$;
 $x \in \left[2\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$; ; $x \in \left[k\pi; \frac{(2k+1)\pi}{2}\right]$, $k \in \mathbb{Z}$.

Der Graph von f steigt streng monoton für $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$; $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$; $x \in \left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$; ;
 $x \in \left[\frac{(2k-1)\pi}{2}; k\pi\right]$, $k \in \mathbb{Z}$.