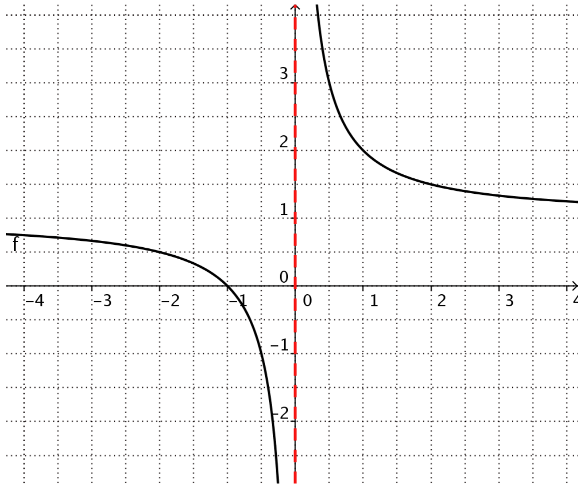
Klasse	Art	Schwierigkeit	Thema	S.67
11	Anwenden	XX	Monotonie	7

a) $f(x)=1+\frac{1}{x}$; $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$



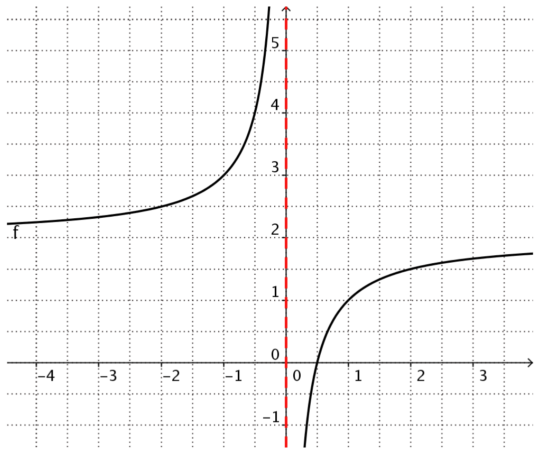
$f'(x)=-\frac{1}{x^2}<0$ für alle $x\in D_{f'}=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

Trotzdem ist es falsch zu sagen, dass f auf ihrem gesamten Definitionsbereich streng monoton fällt, denn Monotonie ist auf zusammenhängenden Intervallen definiert! D_f besteht hier aber aus zwei getrennten Intervallen. Also:

f ist streng monoton fallend (smf) für $x\in\left]-\infty;0\right[$

f ist streng monoton fallend (smf) für $x\in\left]0;\infty\right[$

b) $f(x)=2-\frac{1}{x}$; $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

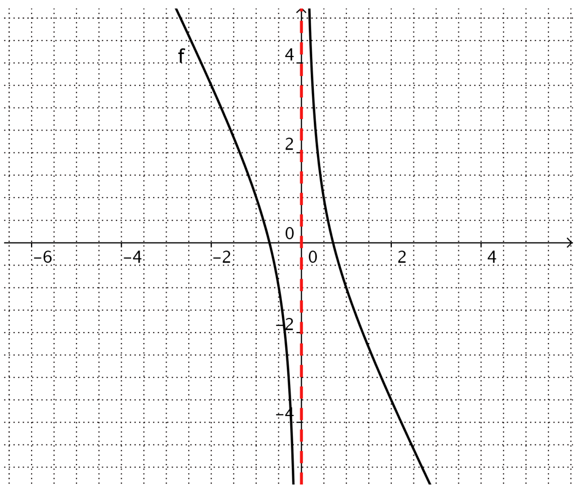


$f'(x)=\frac{1}{x^2} > 0$

f ist sms für $x\in\left]-\infty;0\right[$

f ist sms für $x\in\left]0;\infty\right[$

c) $f(x)=\frac{1}{x}-2x=\frac{1-2x^2}{x}$; $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

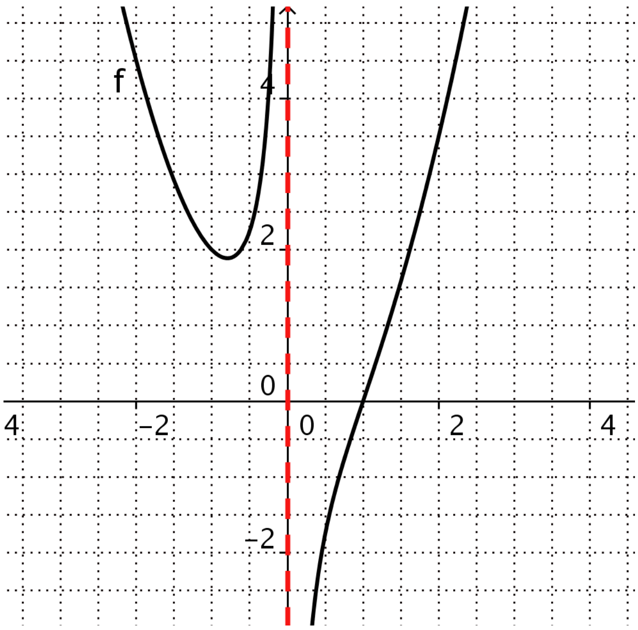


$f'(x)=-\frac{1}{x^2}-2 < 0$

f ist smf für $x\in\left]-\infty;0\right[$

f ist smf für $x\in\left]0;\infty\right[$

d) $f(x)=x^2-\frac{1}{x}$; $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$



Aus der Zeichnung abgelesen ergeben sich folgende Monotonieintervalle:

f ist smf für $x\in\left]-\infty;-0{,}8\right]$

f ist sms für $x\in\left[-0{,}8;0\right[$

f ist sms für $x\in\left]0;\infty\right[$

Rechnerisch ist dies natürlich auch möglich:

$$f'(x)=2x+\frac{1}{x^2}=\frac{2x^3+1}{x^2} \quad ; \; D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$$

$$f'(x)=0 \quad \Leftrightarrow \quad x^3=-0{,}5 \quad \Leftrightarrow \quad x_0=-\sqrt[3]{0{,}5} \;\approx -0{,}8$$

		-0,8		0	
f'	−		+		+
f	↘		↗		↗