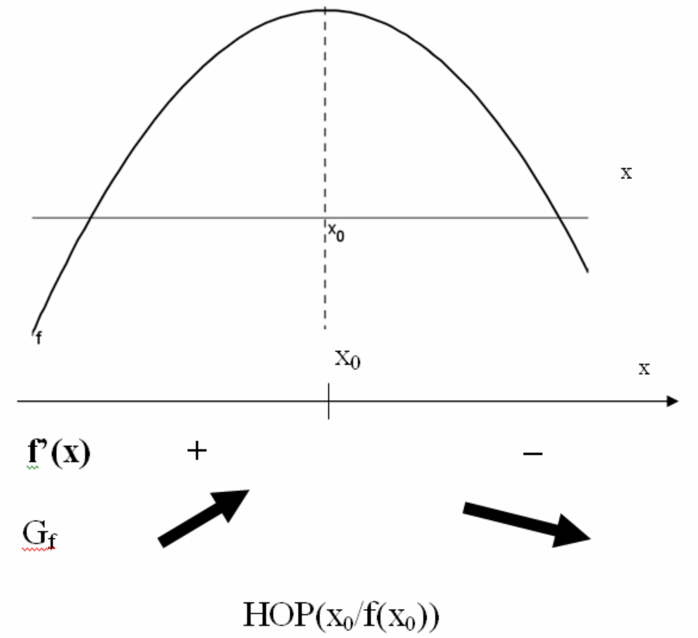
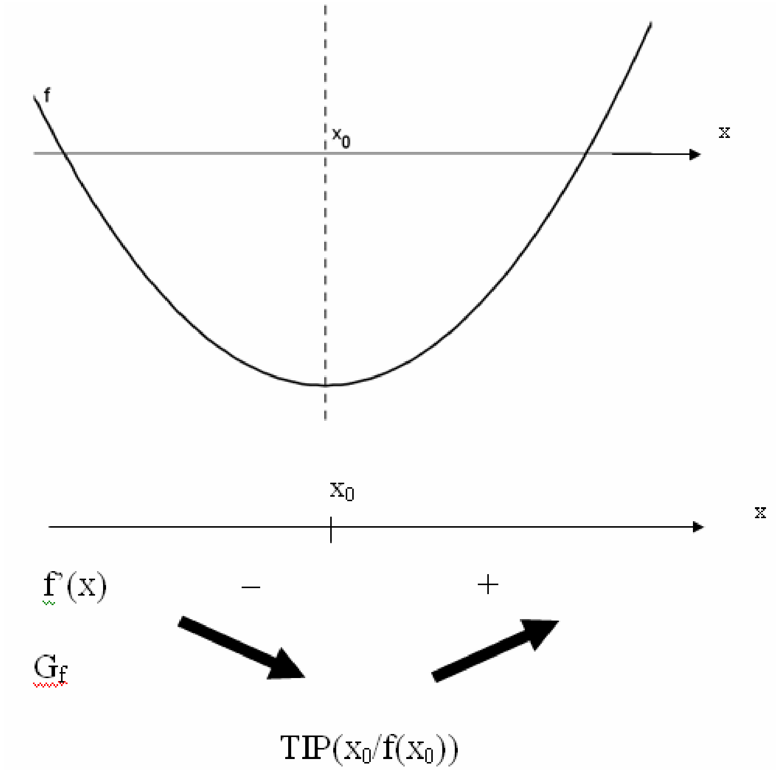
<u>2. Lokale Extremstellen</u> (Hefteintrag : lokales Minimum, lokales Maximum Querformat)

Wir betrachten in diesem Abschnitt differenzierbare Funktionen mit möglichst großer Definitionsmenge.

- lokale Maxima

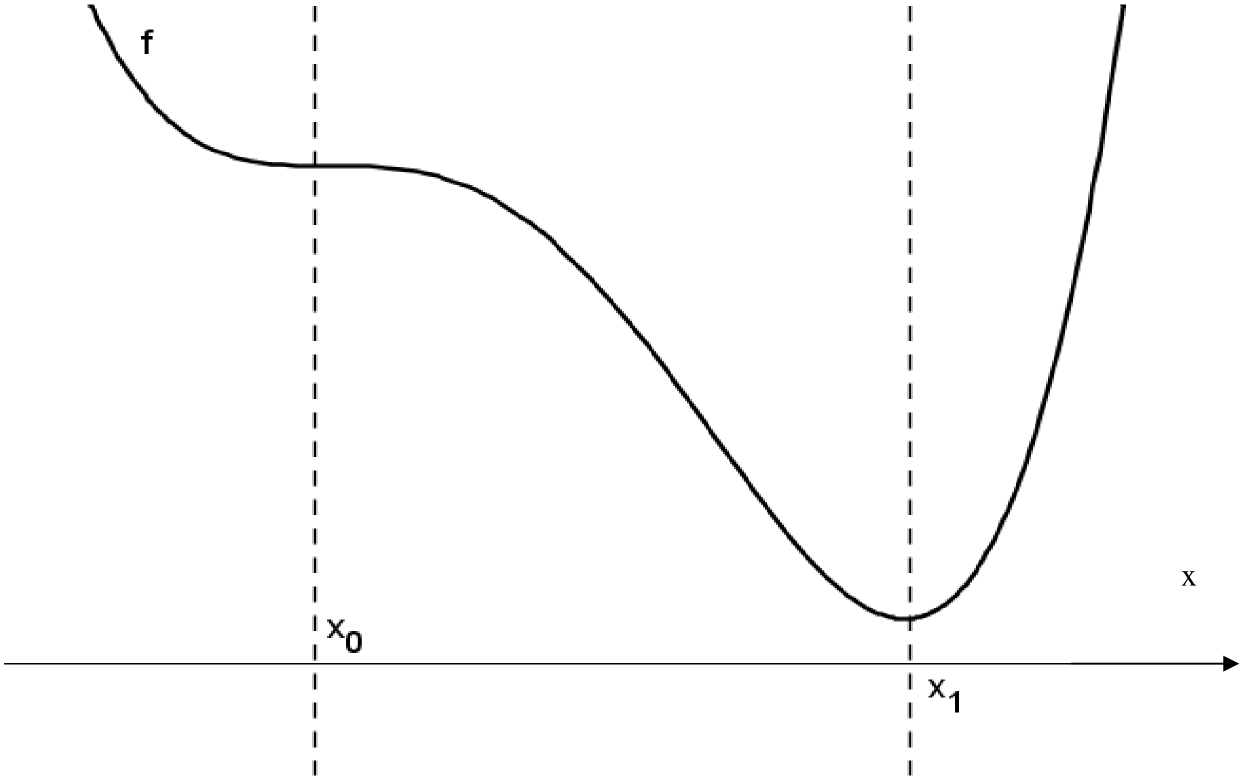


- lokale Minima



Eine Stelle x_0 ist eine lokale Extremstelle, wenn der Graph von f in der Umgebung von x_0 sein Monotonieverhalten ändert.

- **Terrassenpunkt**



		x_0		x_1		x
$f'(x)$	–		–		+	
G_f	↘		↘		↗	

$TEP(x_0/f(x_0))$ $\quad$ $TIP(x_1/f(x_1))$

An Terrassenpunkten gibt es eine horizontale Tangente, aber das Monotonieverhalten ändert sich nicht.

Vorgehen: Wir suchen die Nullstellen der 1. Ableitung und betrachten die Monotonietabelle.

Bsp. 1) $\qquad f(x) = -\frac{1}{8}x^4 + \frac{1}{2}x^3 - 2x$

<u>Nullstellen:</u>

$$f(x) = -\frac{1}{8}x^4 + \frac{1}{2}x^3 - 2x = 0$$

$$\Rightarrow \qquad x \cdot \left(-\frac{1}{8}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2 \right) = 0$$

$x_1 = 0 \qquad x_2 \approx -1{,}7$ (später: Näherungsweise Berechnung mit dem Newton-Verfahren)

<u>Extremstellen:</u>

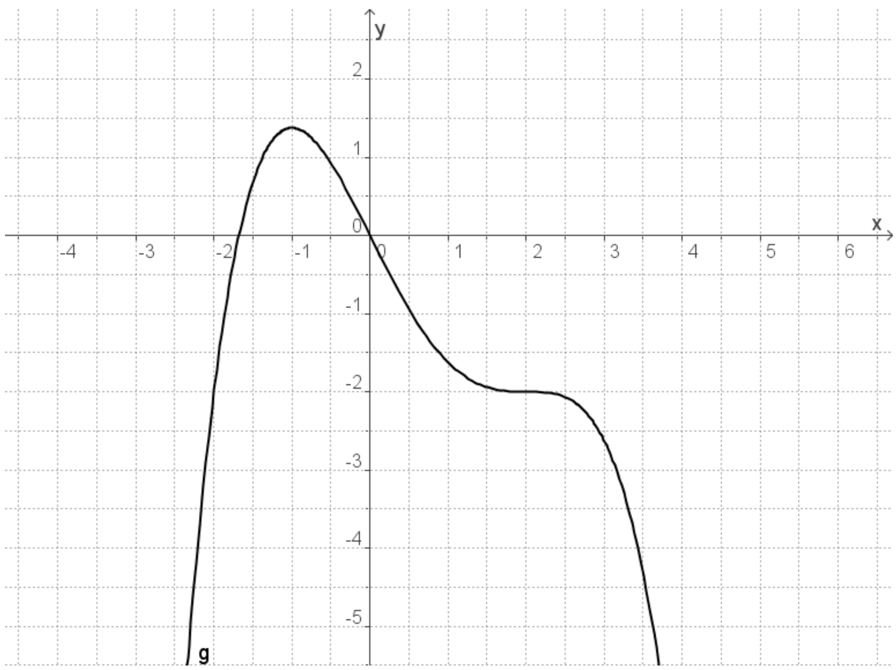
$$f'(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 2 = 0$$

Nullstellen der ersten Ableitung: (Grad 3 $\Rightarrow$ TR) $\qquad x_3 = -1 \quad x_4 = 2$

Monotonietabelle:

		$x_3 = -1$		$x_4 = 2$	
$f'(x)$	+		–		–
G_f	↗		↘		↘
		HOP (–1 / 1,4)		TEP (2 / –2)	

<u>Graph:</u>



Bsp. 2) $f(x) = \frac{x^2+5}{3(x-2)}$

Nullstellen:

$$f(x) = \frac{x^2+5}{3(x-2)} \neq 0\text{, da der Zähler nie Null wird.}$$

Extremstellen:

$$f'(x) = \frac{3x^2-12x-15}{9(x-2)^2}$$

Nullstellen der ersten Ableitung: (Grad 2 $\Rightarrow$ Mitternachtsformel) $x_1 = -1$ $x_2 = 5$

Definitionslücken der ersten Ableitung: $x_3 = 2$

Monotonietabelle:

		$x_1 = -1$		$x_3 = 2$		$x_2 = 5$	
$f'(x)$	+		−			−	
G_f	↗		↘		↘		↗
		HOP $(-1 / -\frac{2}{3})$				TIP $(5 / 3\frac{1}{3})$	

Schiefe Asymptote: $f(x) = \frac{x^2+5}{3(x-2)} \overset{\textit{Polynomdivision}}{=} \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} + \frac{3}{x-2} \quad \Rightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

Graph: