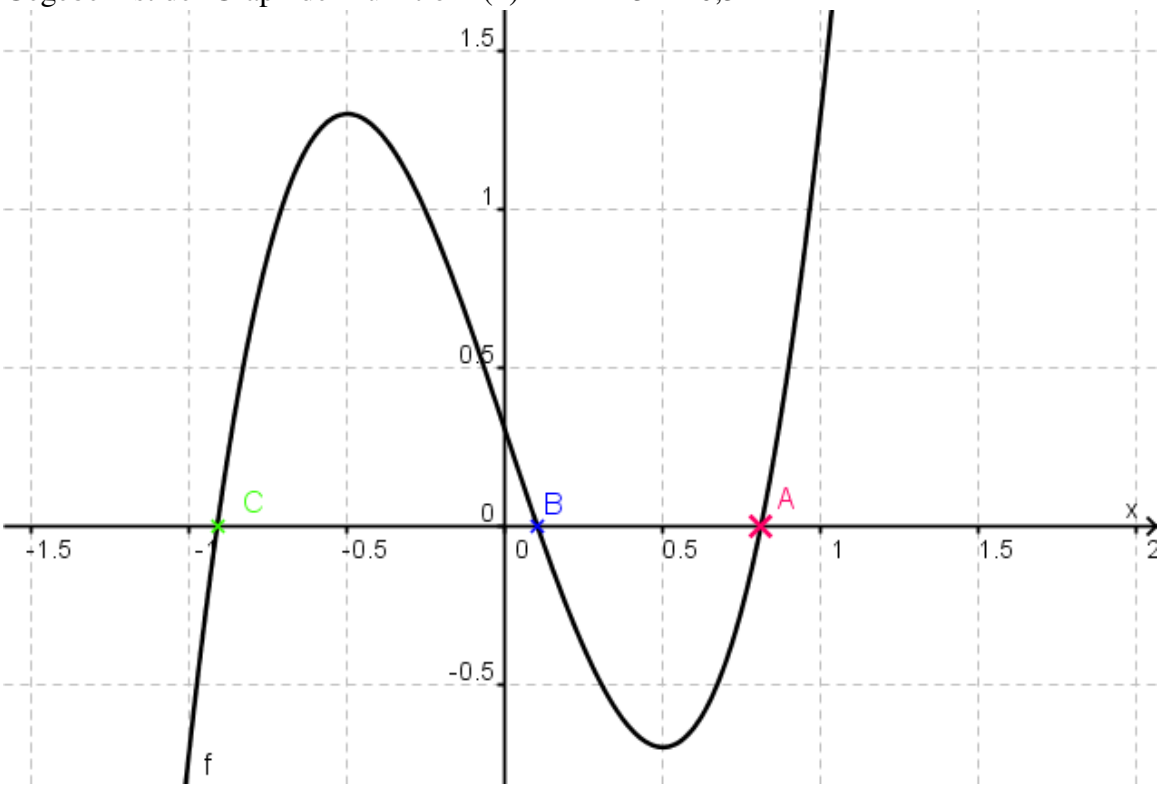
4. Newton-Verfahren zur numerischen Bestimmung von Lösungen der Gleichung f(x) = 0

Gegeben ist der Graph der Funktion $f(x) = 4x^3 - 3x + 0{,}3$



Idee zur näherungsweisen Bestimmung der Nullstelle A: Lege an einen Punkt in der Nähe von A die Tangente und bestimme den **Schnittpunkt dieser Tangente** mit der x-Achse.

Bemerkung: Allgemeine Tangentengleichung im Punkt $P(x_0/f(x_0))$: $\boxed{y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)}$

1. Schritt: Startwert finden

$$\left.\begin{array}{l} f(0{,}5) = \\ \\ f(1) = \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Nullstelle im Intervall } [0{,}5;1] \quad \Rightarrow \quad \text{Wähle Startwert: } x_0 =$$

2. Schritt: Tangente aufstellen

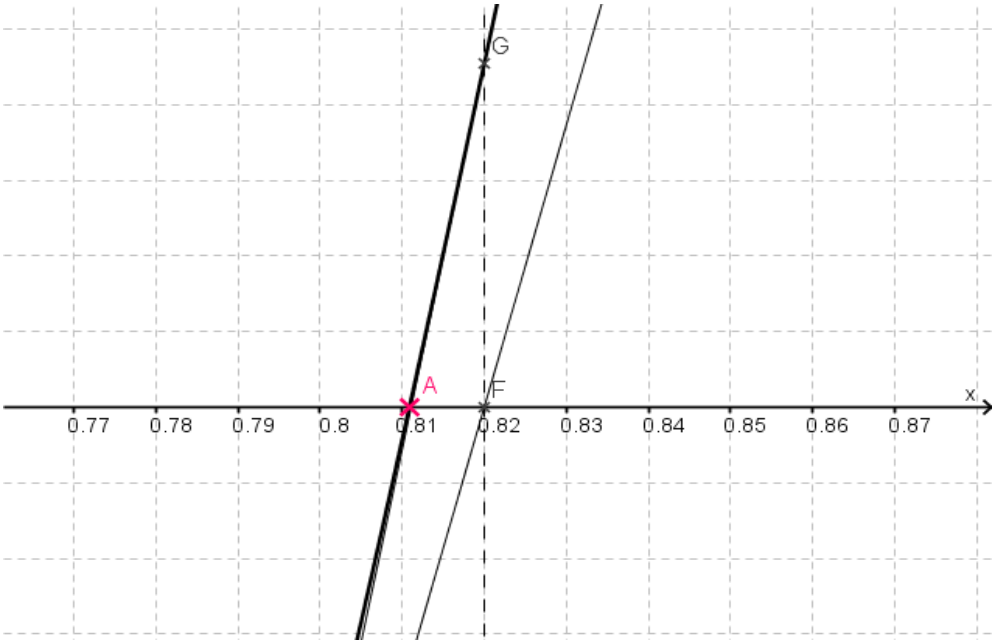
$f(x_0) = f(\qquad) =$

$f'(x) =$ $\qquad\qquad\qquad\qquad \Rightarrow \quad f'(\qquad) =$

$\Rightarrow$ Tangentengleichung:

3. Schritt: Schnittpunkt der Tangente mit der x-Achse:

Allgemein:



<u>Phase 2:</u> Wiederhole die Schritte 1 – 3 mit dem Ergebnis $x_1 = 0{,}82$ als neuem Startwert:

$f(x_1) =$

$f'(x_1) =$

$\Rightarrow$ Tangentengleichung:

Die Tangente schneidet die x-Achse bei: $x_2 =$

<u>Phase 3:</u>....

allgemein:

Um die Nullstelle einer differenzierbaren Funktion näherungsweise zu bestimmen, kann man das **Newton-Verfahren** anwenden, bei dem man

- eine **geeignete Startstelle** wählt,
- die Tangente an den Graphen aufstellt,
- diese mit der x-Achse schneidet,
- die Schnittstelle mit der x-Achse als neuen Startwert für die nächste Tangente an den Graphen wählt, ...