

8. Kreise und Kugeln im Koordinatensystem

Die Kugel K ist durch den Punkt M (1 | 2 | 3) und den Radius r = 5 eindeutig festgelegt.

a) Zeigen Sie, dass die Punkte P (5 | 2 | 0) und Q (1 | 5 | -1) auf der Kugel liegen.

Idee: Die Länge des Verbindungsvektors muss 5 betragen.

b) Gegeben ist der Punkt R (x | 2 | 6). Bestimmen Sie die Koordinate x, so dass R auf der Kugel K liegt.

Vektor- und Koordinatengleichung einer Kugel:

Jeder Punkt X (x_1 | x_2 | x_3), der auf der Kugel um den Mittelpunkt M (m_1 | m_2 | m_3) mit dem Radius r liegt erfüllt die folgenden Gleichungen:

$$\bullet \overline{MX} = r \Leftrightarrow \overline{MX} = \left| \vec{MX} \right| = r$$

oder :

$$\bullet \text{Vektorgleichung: } (\vec{X} - \vec{M})^2 = r^2 \quad \text{Im Bsp: } \left[\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right]^2 = 25$$

und:

$$\bullet \text{Koordinatengleichung: } (x_1 - m_1)^2 + (x_2 - m_2)^2 + (x_3 - m_3)^2 = r^2$$

$$\text{Im Bsp: } (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2)^2 + (x_3 - 3)^2 = 25$$

Aufgaben: S. 116/ 2c, d, f

6
13a

3a
7

4a
9

11