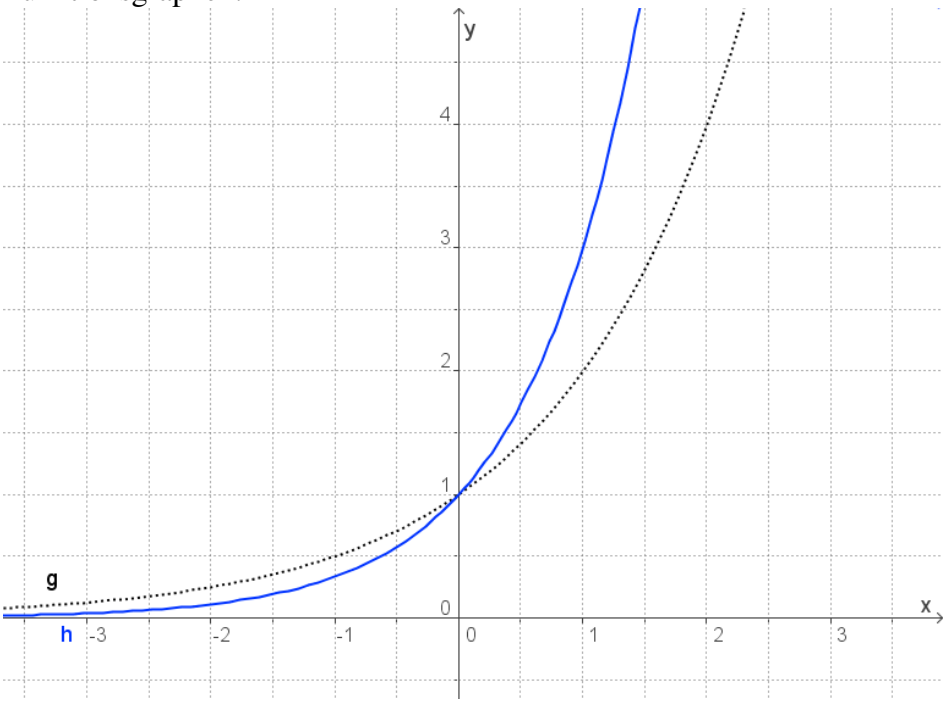
1. Die natürliche Exponentialfunktion und ihre Ableitung

Das Gerücht!

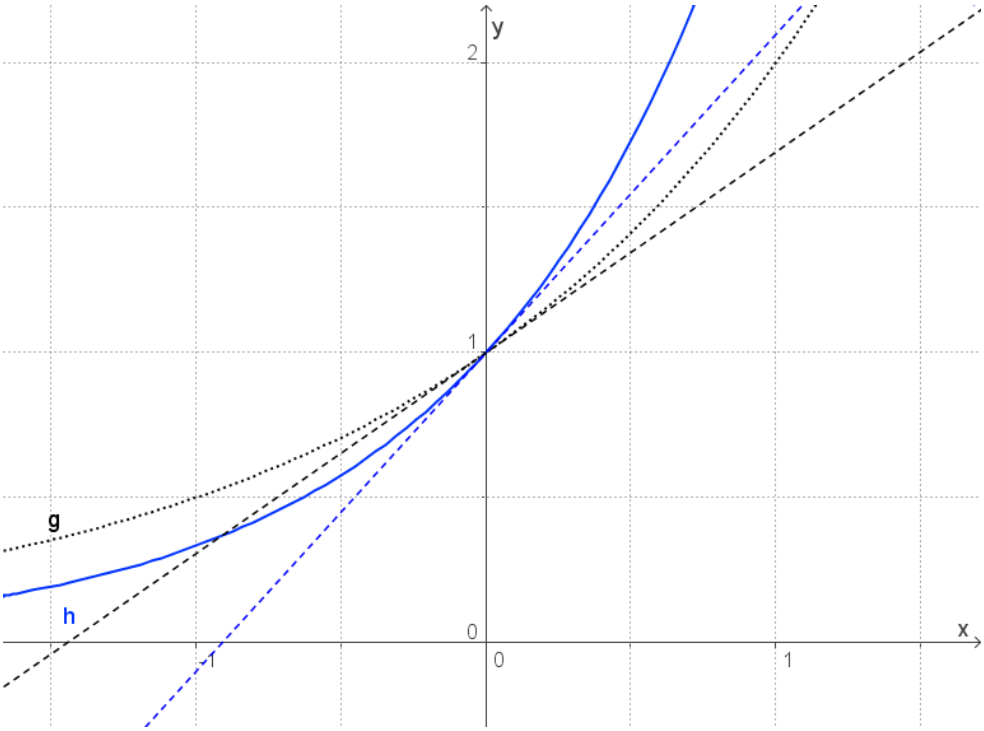
Peter hat gehört, dass Leon mit Eva geht und erzählt es an jedem Tag wirklich
g) nur einem Freund weiter.
h) nur zwei Freunden weiter.
Die Eingeweihten erzählen das Gerücht genau wie Peter weiter.

Tag	0	1	2	3	4	5	…….	x
"Eingeweihte g"	1	2	4	8	16	32		2^x
"Eingeweihte h"	1	3	9	27	81	243		3^x

Funktionsgraphen:



Bestimme jeweils graphisch die Steigung der Tangenten der beiden Graphen an der Stelle x = 0.



$f'(0) \approx 0{,}7$

$g'(0) \approx 1{,}2$

Nun suchen wir die Exponentialfunktion $f(x) = e^x$, für die gilt: $f'(0) = 1$

$$f'(0) = \lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x - 0} \overset{!}{=} 1 \quad \overset{\text{für } x \to 0}{\Rightarrow} \quad e^x - 1 \approx x \quad \overset{\text{für } x \to 0}{\Rightarrow} \quad e^x \approx x + 1 \quad \overset{\text{für } x \to 0}{\Rightarrow} \quad e \approx (x+1)^{\frac{1}{x}}$$

$$\boxed{\overset{TR}{\Rightarrow} \quad e \approx 2{,}7}$$

Der Funktionswert der Funktion $f(x) = e^x$ an der Stelle $x = 0$ ist identisch mit der Steigung an dieser Stelle. Kurz: $f(0) = f'(0)$.

Man kann zeigen, dass dies auch für jede beliebige Stelle x gilt. Kurz: $\boxed{f(x) = e^x \;\Rightarrow\; f'(x) = e^x}$

Folgerung: Für eine mögliche Stammfunktion F gilt: $\boxed{f(x) = e^x \;\Rightarrow\; F(x) = e^x}$

Mit der Kettenregel folgt $\boxed{f(x) = e^{g(x)} \;\Rightarrow\; f'(x) = e^{g(x)} \cdot g'(x)}$

Aufgaben: S. 154/ 3 / 11a, c (Formveränderung der e-Funktion besprechen)

5

S. 160/ 2a, b, d, , f, g

9a, b, d