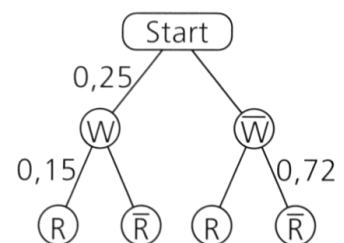


AB: WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG 11

1. In einer Kiste sind zehn Kugeln mit den Nummern 0 bis 9. Es wird eine Kugel „blind“ gezogen, ihre Nummer notiert und die Kugel anschließend wieder zurückgelegt. Geben Sie
 - a) die folgenden Ereignisse in Mengenschreibweise und ihre Wahrscheinlichkeiten an:
A: „Die Nummer ist ungerade“ B: „Die Nummer ist durch 3 teilbar“
C: „Die Nummer ist kleiner als 5“ D: „Die Nummer ist eine Primzahl“
E: „Die Nummer ist eine Quadratzahl“ F: „Die Nummer ist größer als 8“
 - b) die Ereignisse $A \cap B$, $A \cup B$, $\overline{A \cup C}$ und $\overline{D \cap E}$ in Mengenschreibweise und in Worten an.
 - c) die folgenden Ereignisse in Symbolschreibweise und in Mengenschreibweise an:
(1) „Die Nummer ist ein Vielfaches von 3, aber keine Quadratzahl“
(2) „Die Nummer ist entweder ungerade oder aber eine Quadratzahl“
(3) „Die Nummer ist ungerade oder eine Quadratzahl (oder beides)“
2. Eine Elektronikfirma stellt Bauteile für Mobiltelefone her. Erfahrungsgemäß sind 12% der Bauteile defekt.
 - a) Einer Produktionsserie werden fünf Bauteile entnommen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist von ihnen
(1) genau eines defekt? (2) höchstens eines defekt? (3) mindestens eines defekt?
 - b) Bei einer Prüfung erkennt ein Prüfgerät ein defektes Bauteil mit einer Wahrscheinlichkeit von 95%; das Prüfgerät zeigt aber auch mit einer Wahrscheinlichkeit von 2% einwandfreie Bauteile als defekt an. Mit welcher Wahrscheinlichkeit
(1) zeigt dieses Prüfgerät ein Bauteil als defekt an?
(2) ist ein vom Prüfgerät als defekt bezeichnetes Bauteil wirklich defekt?
(3) ist ein vom Prüfgerät als einwandfrei bezeichnetes Bauteil wirklich einwandfrei?
3. Von 71 zufällig ausgewählten Schülern und Schülerinnen der 11. Jahrgangsstufe gaben 39 an, dass sie an **K**opfrechenschwäche leiden; 12 machen ständig **A**bleitungsfehler. Die Anzahl derer, die sowohl das Kopfrechnen als auch das Differenzieren gut beherrschen, ist fünfmal so groß wie die Anzahl derer, die bei beidem Schwierigkeiten haben.
 - a) Finden Sie heraus, wie viel Prozent der Befragten genau eines dieser beiden Mathematikprobleme haben.
 - b) Untersuchen Sie, ob die Probleme **K**opfrechenschwäche und **A**bleitungsfehler bei dieser Stichprobe stochastisch voneinander unabhängig sind.
4. Unter den Personen, die sich zur Führerscheinprüfung anmelden, sind erfahrungsgemäß $p\%$ **W**iederholer/**W**iederholerinnen; $p_1\%$ der **W**iederholer/**W**iederholerinnen, aber auch $p_2\%$ der übrigen Kandidaten/Kandidatinnen machen noch vor Beginn der Prüfung einen „**R**ückzieher“. Übertragen Sie das Baumdiagramm in Ihr Heft, ermitteln Sie aus ihm p , p_1 und p_2 , ergänzen Sie dann das Baumdiagramm und erstellen Sie eine Vierfeldertafel.
 - a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine Person, die tatsächlich an der Prüfung teilnimmt, **W**iederholer/**W**iederholerin?
 - b) Untersuchen Sie, ob die Ereignisse **W** und **R** stochastisch voneinander unabhängig sind.
 - c) Bei der Anmeldung zur Prüfung wird jede Person befragt, ob sie die Prüfung wiederholt.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit steht spätestens auf dem 6. Platz der Anmelde-liste ein **W**iederholer/eine **W**iederholerin?



LÖSUNGEN

1. a) $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$

$A = \{1; 3; 5; 7; 9\}; P(A) = 0,5; B = \{3; 6; 9\}; P(B) = 0,3;$

$C = \{0; 1; 2; 3; 4\}; P(C) = 0,5; D = \{2; 3; 5; 7\}; P(D) = 0,4;$

$E = \{1; 4; 9\}; P(E) = 0,3; F = \{9\}; P(F) = 0,1$

- b) $A \cap B = \{3; 9\}$: „Die Nummer ist ungerade und durch 3 teilbar“

$A \cup B = \{1; 3; 5; 6; 7; 9\}$: „Die Nummer ist ungerade und/ oder durch 3 teilbar“

$\bar{A} \cup \bar{C} = \{6; 8\}$: „Die Nummer ist gerade und mindestens gleich 5“

$\bar{D} \cap \bar{E} = \Omega$: „Die Nummer ist nicht gleichzeitig Primzahl und Quadrazahl“

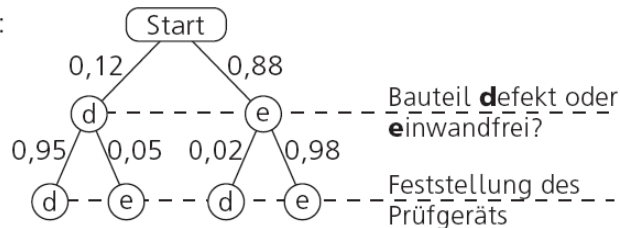
- c) (1) $B \cap \bar{E} = \{3; 6\}$ (2) $(A \cap \bar{E}) \cup (\bar{A} \cap E) = \{3; 4; 5; 7\}$ (3) $A \cup E = \{1; 3; 4; 5; 7; 9\}$

2. a) $P(\text{„genau ein Bauteil ist defekt“}) = 5 \cdot 0,88^4 \cdot 0,12 \approx 36,0\%$

$P(\text{„höchstens ein Bauteil ist defekt“}) = 5 \cdot 0,88^4 \cdot 0,12 + 0,88^5 \approx 88,8\%$

$P(\text{„mindestens ein Bauteil ist defekt“}) = 1 - 0,88^5 \approx 47,2\%$

- b) Baumdiagramm:



(1) $P(\text{„Das Prüfgerät zeigt ein Bauteil als defekt an“}) = 0,12 \cdot 0,95 + 0,88 \cdot 0,02 \approx 13,2\%$

(2) $P_{\text{„Das Prüfgerät zeigt ‚defekt‘ an“}}(\text{„Bauteil ist defekt“}) = \frac{0,12 \cdot 0,95}{0,12 \cdot 0,95 + 0,88 \cdot 0,02} \approx 86,6\%$

(3) $P_{\text{„Das Prüfgerät zeigt ‚einwandfrei‘ an“}}(\text{„Bauteil ist einwandfrei“}) = \frac{0,88 \cdot 0,98}{0,12 \cdot 0,05 + 0,88 \cdot 0,98} \approx 99,3\%$

3. Anzahlen:

	K	$\bar{K}$	
A	x	12 - x	12
$\bar{A}$	39 - x	5x	59
	39	32	71

Relative Häufigkeiten:

	K	$\bar{K}$	
A	0,070	0,099	0,169
$\bar{A}$	0,479	0,352	0,831
	0,549	0,451	1,000

$$39 - x = 59 - 5x; | + 5x - 39$$

$$4x = 20; | : 4$$

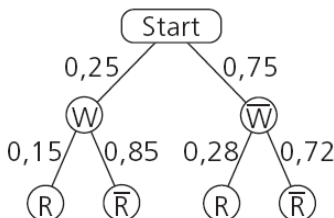
$$x = 5; 5x = 25; 12 - x = 7; 39 - x = 34$$

- a) Genau eines dieser beiden Mathematikprobleme haben $(7 + 34 =)$ 41 der Befragten; das sind etwa 58%

- b) $h(A \cap K) \approx 0,070$; $h(A) \cdot h(K) \approx 0,169 \cdot 0,549 \approx 0,093 \neq h(A \cap K)$:

Die beiden Probleme treten stochastisch nicht unabhängig voneinander auf.

- 4.



	W	$\bar{W}$	
R	0,0375	0,21	0,2475
$\bar{R}$	0,2125	0,54	0,7525
	0,25	0,75	1,000

a) $P_{\text{„Person nimmt teil“}}(\text{„Person wiederholt“}) = \frac{0,25 \cdot 0,85}{0,25 \cdot 0,85 + 0,75 \cdot 0,72} \approx 28,2\%$

- b) $P(W \cap R) = 0,0375$;

$$P(W) \cdot P(R) = 0,25 \cdot 0,2475 \approx 0,0619 \neq P(W \cap R):$$

Die Ereignisse W und R sind stochastisch nicht voneinander unabhängig.

- c) $P(\text{„Spätestens an 6. Stelle steht ein Wiederholer/ eine Wiederholerin“}) = 1 - 0,75^6 \approx 82,2\%$