2. Der Additionssatz

a) Axiomatische Definition von Wahrscheinlichkeit

Unbrauchbare Kopien:
Unbrauchbaren Kopien entstehen dadurch, dass das Papier zerknittert wird oder das Druckbild fehlerhaft ist. Es werden die nächsten 1000 Kopien untersucht. 154 davon sind unbrauchbar, wobei 66 Kopien zerknittert sind und bei 115 das Druckbild fehlerhaft ist. Diskutieren Sie!

Ereignis Z: Die Kopie ist zerknittert
Ereignis F: Das Druckbild ist fehlerhaft.

Vierfeldertafel mit absoluten Häufigkeiten:

	Z	$\overline{Z}$	
F	27	88	115
$\overline{F}$	39	846	885
	66	934	1000

$$|F \cap Z| = |F| + |Z| - |F \cup Z| = 66 + 115 - 154 = 27$$

$$\Rightarrow |F \cup Z| = |F| + |Z| - |F \cap Z| = 66 + 115 - 27 = 154$$

Vierfeldertafel mit relativen Häufigkeiten:

	Z	$\overline{Z}$	
F	0,027	0,088	0,115
$\overline{F}$	0,039	0,846	0,885
	0,066	0,934	1

Wir definieren: Relative Häufigkeit $\xrightarrow{\text{"sehr viele" Versuche}}$ Wahrscheinlichkeit

Für eine Wahrscheinlichkeitsverteilung gilt das Axiomensystem von Kolmogorow:

(A1) $P(A) \geq 0$
(A2) $P(\Omega) = 1$
(A3) Wenn A und B unvereinbar sind, dann gilt: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

b) Vierfeldertafel und Additionssatz

	Z	$\overline{Z}$	
F	$P(F \cap Z) = 0{,}027$	$P(F \cap \overline{Z}) = 0{,}088$	$P(F) = 0{,}115$
$\overline{F}$	$P(\overline{F} \cap Z) = 0{,}039$	$P(\overline{F} \cap \overline{Z}) = 0{,}846$	$P(\overline{F}) = 0{,}885$
	$P(Z) = 0{,}066$	$P(\overline{Z}) = 0{,}934$	$P(\Omega) = 1$

Es gilt: $P(F \cup Z) = P(F \cap Z) + P(F \cap \overline{Z}) + P(\overline{F} \cap Z)$

Oder mit dem "Additionssatz": $P(F \cup Z) = P(Z) + P(F) - P(F \cap Z)$

Oder mit Hilfe des Gegenereignisses: $P(F \cup Z) = 1 - P(\overline{F} \cap \overline{Z})$

Aufgaben:

S. 181 / 2; 4; 5; 6; 7