

# Lösungen

1a)  $f(x) = 2x^2 - 2x \quad F(x) = \frac{2}{3}x^3 - x^2$

b)  $g(x) = \frac{3x}{x^2} - \frac{e}{x^3} = 3x^{-1} - e \cdot x^{-3}$   $G(x) = 3\ln|x| + e \cdot (-\frac{1}{2}) \cdot x^{-2}$   
 $= 3\ln|x| + \frac{e}{2} \cdot x^{-2}$

d.  $\left( \frac{3x}{x+1} + c \right)' = \frac{3(x+1) - 3x \cdot 1}{(x+1)^2} = \frac{3}{(x+1)^2} \quad \checkmark$

3.  $f(x) = e^x \cdot (2 - 0,5x)$

a) NST  $x_0 = 4$ ; S<sub>y</sub>(0|2)

b)  $f'(x) = e^x \cdot (2 - 0,5x) + e^x \cdot (-0,5) = e^x (2 - 0,5x - 0,5)$   
 $= e^x (1,5 - 0,5x)$

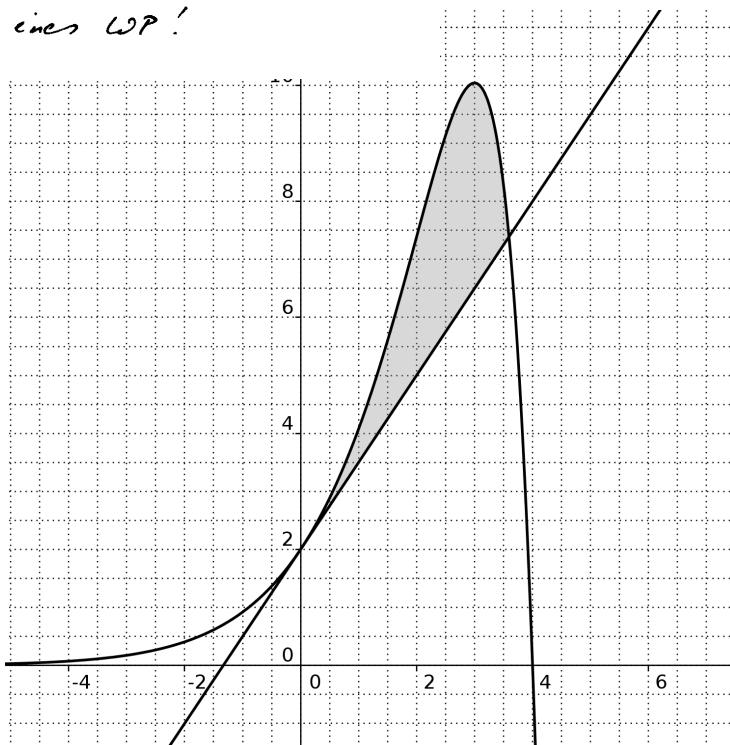
$$\begin{array}{c} f'(x) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 3 \\ \hline \begin{matrix} & 3 \\ & \nearrow & \searrow \\ f'(x) & + & - \\ \nearrow & & \searrow \\ f(x) & & \end{matrix} \\ \text{HOP}(3 | \approx 10,0) \end{array}$$

c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x (2 - 0,5x) = 0 \quad (\text{e gewinnt})$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^x (2 - 0,5x) = ", +\infty \cdot -\infty" = -\infty$$

d)  $f(-1) = \frac{2,5}{e} \approx 0,9 \quad f(1) = e \cdot 1,5 \approx 6,1$

der Grenzwert gegen  $-\infty$  bedingt Linkskrümmung,  
 des HOP bedingt Rechtskrümmung  
 $\rightarrow$  Existenz eines W.P.!



$$\text{e) } f''(x) = e^x (1,5 - 0,5x) + e^x \cdot (-0,5)$$

$$= e^x (1 - 0,5x)$$

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow x_2 = 2$$

$f''(x)$	+	-
$f'(x)$	anzw.	auf
$f(x)$	linksbr.	rechtsbr.

$\text{WP}(2/e^2)$   
 $\approx 7,4$

$$\text{f) } f(0) = 2$$

$$f'(0) = 1,5 \Rightarrow t(x) = 1,5x + 2$$

g) Schnittpunkte von  $f(x)$  und  $t(x)$  bestimmen  
 $\rightarrow a = 2$  und  $b \approx 3,7$

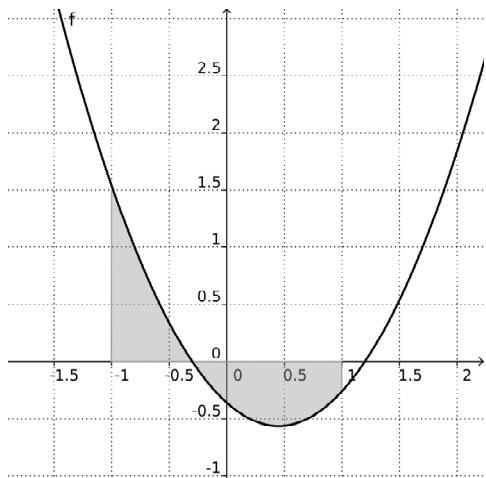
$$A = \int_2^{3,7} f(x) - t(x) \, dx \quad (G_f \text{ verläuft oberhalb } G_t)$$

4. a) Graph (1) besitzt die korrekten Achsenabschnitte.

b) Graph (3) gehört zu  $F$ .  $G_F$  besitzt bei  $x=1$  einen Tiefpunkt,  $f$  als die Ableitung dort eine NST mit VzW

5. (1) falsch, kein VzW der Abi. von  $\odot$  auf  $\odot$   
(2) richtig,  $f'(0) = 4$ , Winkelhalbierende hat Steigung 1  
(3) richtig,  $f'(x) > 0$  für  $x \in [0; 5]$ , d.h.  $G_f$  steigt,  
d.h. ist  $f(0) < f(5)$

6. Der zwischen der NST und  $x=1$  eingeschlossene Flächeninhalt ist genau so groß wie der zw.  $x=1$  und der NST, wird aber negativ gewertet, da er unter der X-Achse liegt.  
Der Integralwert als Flächenbilanz ist also Null.



7.  $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16+48}}{4} \quad x_1 = 3 \\ x_2 = -2$$

$$\int_{-3}^{-1} f(x) dx = \left[ \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 - 6x \right]_{-3}^{-1} = 8\frac{1}{3} - (-18) = 21\frac{1}{3} \\ \Rightarrow A_1 = 21\frac{1}{3}$$

$$\int_{-1}^3 f(x) dx = -18 - 3\frac{1}{3} = -21\frac{1}{3} \\ \Rightarrow A_2 = 21\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow A_{Ges} = A_1 + A_2 = 42\frac{2}{3} \text{ (FE)}$$

8. Buch S. 45/10

- a) falsch!  $f''(x)$  ist für  $x < 0$  negativ,  $f'(x)$  also satt  
 c) richtig, wenn  $f''(x) > 0$ , ist  $G_f$  einbogekrümmt,  
 da dann  $f'(x)$  satt

~~d)~~

- b) falsch!  $f''(x)$  sagt nichts über die Funktionswerte von  $f'$  aus  
 (genau so wenig, wie  $f'$  über  $f$ )

- c) falsch!  $f'(x)$  ist satt, da  $f''(x) > 0$

(Für die Krümmung von  $f'$  müsste  $f'''$  betrachtet werden)