Mathe-Wettbewerb am Siebold 2015
Klassen 6a, 6b und 6c

Hinweise:

1. Wettbewerbsaufgaben sind keine Schulaufgaben. In der Regel benötigt man einige Zeit, bis das gestellte Problem ganz erfasst ist. Überlegt Euch Beispiele, zeichnet zuerst auf einem Überlegungsblatt oder bastelt vielleicht.

2. In der „Reinschrift“ Eurer Lösung kommt es auch darauf an, dass Ihr Euren Lösungsweg anschaulich beschreibt (Skizzen!), besonders geschickte Lösungsideen erklärt und logisch richtig und sprachlich gut darstellt.

3. Falls Ihr eine Aufgabe nicht vollständig lösen könnt, solltet Ihr wenigstens Eure Lösungsversuche beschreiben, da auch diese bei der Bewertung berücksichtigt werden, soweit sie für die Lösung brauchbar sind. Nicht verzagen!

Viel Spaß und Erfolg wünschen euch die Mathelehrer des SGW!

Aufgabe 1 (FÜMO 12, 2. Runde, Klassenstufe 6)

In einer Gummibärentüte sind 27 gelbe, 18 weiße, 33 grüne und 25 rote Bärchen. Die Naschkatze Lisa lässt sich gerne überraschen und nimmt daher blind immer ein Bärchen aus der Tüte.

a) Wie oft muss sie in die Tüte greifen, um sicher einen grünen Bären zu erhalten?
b) Wie viele Gummibären muss sie im Höchstfall herausnehmen, damit sie von jeder Farbe mindestens ein Bärchen bekommt?
c) Nach wie vielen Ziehungen hat sie sicher mindestens 3 Bären einer Farbe?

Aufgabe 2 (50.MO / 1. Stufe)

Auf einem Tisch stehen 4 geschlossene Kästchen. Eines davon enthält Goldklumpen, eines Sand, eines Kieselsteine und eines Holzkugeln. Drei dieser Kästchen sind beschriftet. Auf einem steht „Gold oder Sand“, auf einem anderen „Kieselsteine oder Holz“ und auf dem dritten „Gold oder Holz“. Anna darf sich eines dieser Kästchen auswählen und möchte natürlich das mit Gold bekommen. Sie erfährt, dass alle Aufschriften der Wahrheit entsprechen. Anna darf zwar keines der Kästchen anfassen, aber bevor sie eines auswählt, darf sie eines öffnen lassen und hineinschauen.

Untersucht, ob es für Anna eine Möglichkeit gibt, mit Sicherheit das Kästchen mit dem Gold zu erhalten.

Aufgabe 3 (48. MO / 3. Stufe)

Wenn man einen Käfer (oder einen Roboter oder einen Zeichenstift) auf einem quadratischen Gitter bewegen will, so kann man dies durch eine Folge von drei Grundkommandos machen:

G – Gehe von einem Gitterpunkt eine Kästchenlänge und ändere am nächsten Gitterpunkt deine Richtung nicht.
L – Gehe eine Kästchenlänge und wende dich am nächsten Gitterpunkt nach links.

R – Gehe eine Kästchenlänge und wende dich am nächsten Gitterpunkt nach rechts.

Grundsätzlich soll am Anfang der Käfer „mit dem Gesicht nach rechts“ stehen, also auf einer waagerechten Gitterlinie nach rechts gehen. Wir geben zwei Folgen von Kommandos vor:

(1) LRRG,
(2) LRRGLLRRG.
   a) Zeichnet auf kariertem Papier für beide Folgen jeweils die Figur, die entsteht, wenn die Kommandofolge viermal hintereinander durchgeführt wird. Ermittelt für beide Figuren den Umfang (gemessen in Kästchenlängen) und den Inhalt (gemessen in Kästchen).
   b) Jetzt wird bei der Kommandofolge (1) jeder Weg über eine Kästchenlänge durch einen Weg ersetzt, der durch die Kommandofolge
(3) LRRGLLRG
   erzeugt wird und bei dem die Weg-Einheit nur ein Viertel einer Kästchenlänge beträgt. Wie viele Kästchen umschließt der Weg nach viermaliger Durchführung der so veränderten Folge nun? Wie viele Kästchenlängen ist der Weg lang?

   c) Beweist: Wenn sich in einer Kommandofolge die Zahl der Buchstaben R und L um genau 1 unterscheidet, dann entsteht bei viermaliger Durchführung ein geschlossener Weg, der bei weiteren Durchführungen immer wiederholt wird.