Siebold - Gymnasium Würzburg

シーボルト

Mathe-Wettbewerb am Siebold 2016
Klassen 10a, 10b, 10c, 10d und 10e

Hinweise:

1. Wettbewerbsaufgaben sind keine Schulaufgaben. In der Regel benötigt man einige Zeit, bis das gestellte Problem ganz erfasst ist. Überlegt Euch Beispiele, zeichnet zuerst auf einem Überlegungsblatt oder bastelt vielleicht.

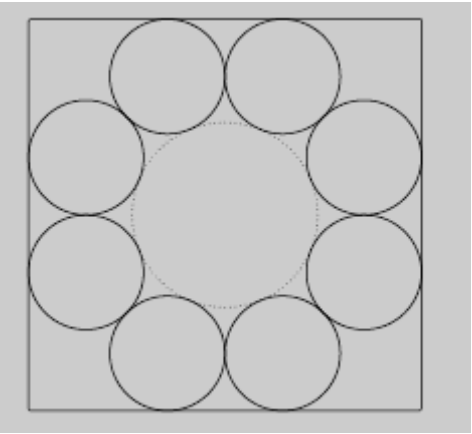
2. In der „Reinschrift“ Eurer Lösung kommt es auch darauf an, dass Ihr Euren Lösungsweg anschaulich beschreibt (Skizzen!), besonders geschickte Lösungsideen erklärt und logisch richtig und sprachlich gut darstellt.

3. Falls Ihr eine Aufgabe nicht vollständig lösen könnt, solltet Ihr wenigstens Eure Lösungsversuche beschreiben, da auch diese bei der Bewertung berücksichtigt werden, soweit sie für die Lösung brauchbar sind. Nicht verzagen!

Viel Spaß und Erfolg wünschen euch die Mathelehrer des SGW!

Aufgabe 1:

Acht gleich große Kreise mit dem Radius r sind so in einer Ebene angeordnet, dass ihre Mittelpunkte ein regelmäßiges Achteck bilden und jeder Kreis seine beiden Nachbarkreise berührt. Ein Quadrat der Seitenlänge a umschließt alle 8 Kreise so, dass jede Quadratseite von zwei Kreisen berührt wird.
a) Drücken Sie die Länge r mit Hilfe der Variablen a aus.
b) Die 8 Kreise umschließen einen Kreis mit dem Radius R so, dass sie alle diesen Kreis von außen berühren. Berechnen Sie R in Abhängigkeit von r.

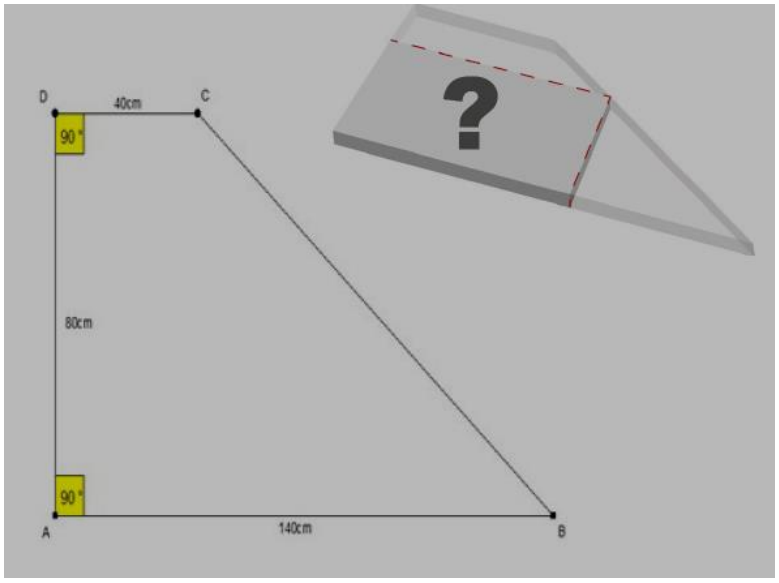


Aufgabe 2:

Du weißt, dass Familie Schmidt 2 Kinder hat und dass mindestens eines davon eine Tochter ist. Wie wahrscheinlich ist es, dass das andere Kind auch eine Tochter ist?

Aufgabe 3 :

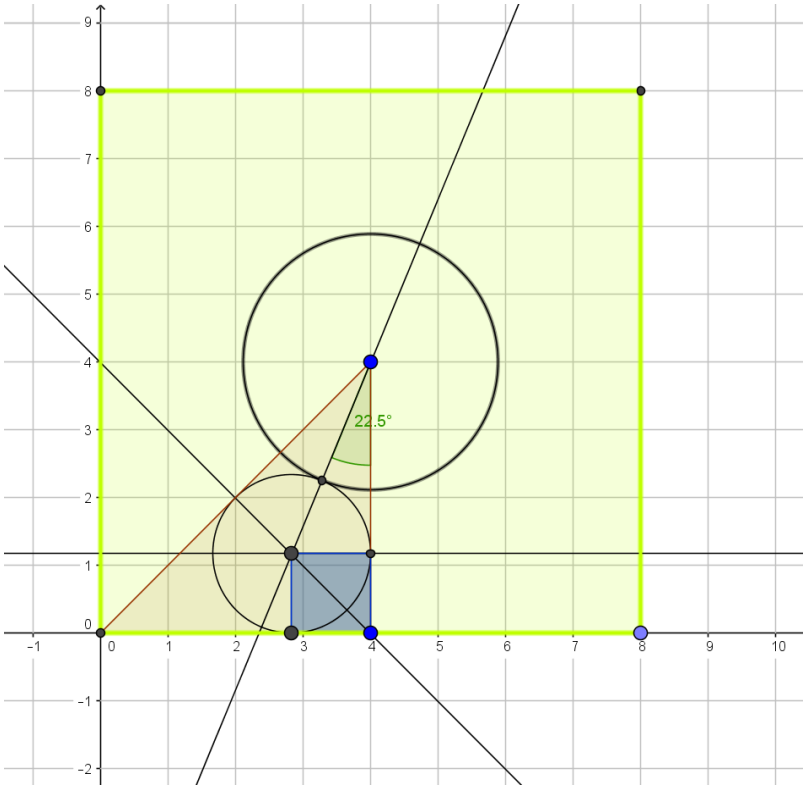
Trapez und das Rechteck
Aus einer trapezförmigen, aus Eichenholz bestehenden Tischplatte soll eine möglichst große rechteckige Fläche heraus gesägt werden.
Abstand der Parallelen 80 cm,
Grundseite a = 1m 40 cm,
2. Parallele c = 0,4 m
Welchen Flächeninhalt hat sie?



Viel Freude!!

Lösung:

Aufgabe 1:

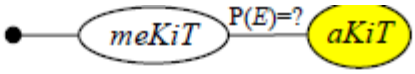


a) $(r\sqrt{2}+r)^2 \cdot 2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2$

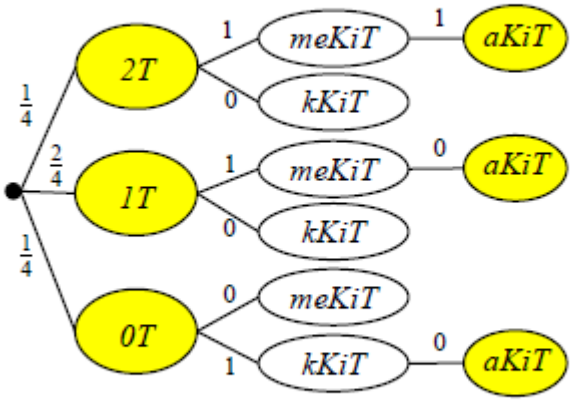
b) sin 22,5° = r/(r +R)

Aufgabe 2:

E: das andere Kind ist auch eine Tochter, falls mindestens ein Kind eine Tochter ist
E: aKiT, falls meKiT
Erweiterter Baum:



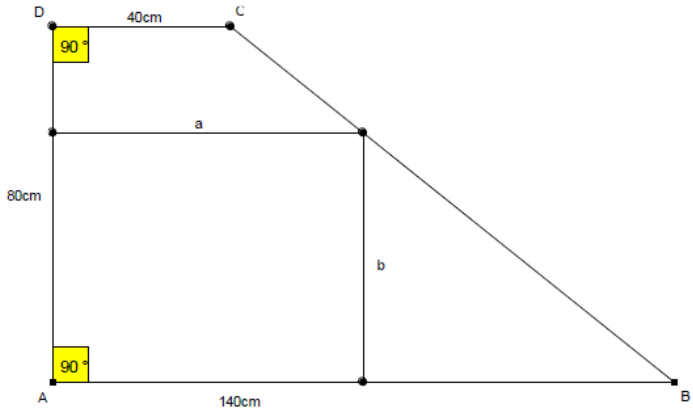
Erweiterter Baum:



$$P(E)^1 = P_{meKiT}(aKiT) = \frac{\frac{1}{4}\cdot 1\cdot 1 + \frac{2}{4}\cdot 1\cdot 0}{\frac{1}{4}\cdot 1 + \frac{2}{4}\cdot 1 + \frac{1}{4}0} = \frac{1}{3}.$$

Aufgabe 3

Trapez und das Rechteck



Nach Strahlensatz gilt:

$$\frac{b}{80} = \frac{140-a}{140-40}$$
$$\frac{b}{80} = \frac{140-a}{100}$$
$$b = \frac{80\cdot(140-a)}{100}$$
$$b = \frac{4\cdot(140-a)}{5}$$

Aus A (Rechteck) = a·b folgt:
A = a · 0,8·(140 – a)
A = 0,8·(140 a - a²)
A = -0,8·(-140 a + a²)
A = -0,8·(a² -140 a + 70² - 70²)
A = -0,8·(a - 70)² + 0,8 · 4900
A = -0,8·(a - 70)² + 3920

Es liegt also eine nach unten geöffnete Parabel vor mit dem Scheitelpunkt S = (70 / 3920).
Für a = 70 cm ergibt sich das Rechteck mit der größten Fläche.

b = 0,8·(140 – a) = 0,8·(140 – 70) = 0,8·70 = 56

Das Rechteck hat die Maße 70 cm und 56 cm. Der Flächeninhalt beträgt 3920 cm².