Siebold - Gymnasium Würzburg

シーボルト

Mathe-Wettbewerb am Siebold 2016

Klassen 8a, 8b, 8c und 8d

Hinweise:

1. Wettbewerbsaufgaben sind keine Schulaufgaben. In der Regel benötigt man einige Zeit, bis das gestellte Problem ganz erfasst ist. Überlegt Euch Beispiele, zeichnet zuerst auf einem Überlegungsblatt oder bastelt vielleicht.

2. In der „Reinschrift“ Eurer Lösung kommt es auch darauf an, dass Ihr Euren Lösungsweg anschaulich beschreibt (Skizzen!), besonders geschickte Lösungsideen erklärt und logisch richtig und sprachlich gut darstellt.

3. Falls Ihr eine Aufgabe nicht vollständig lösen könnt, solltet Ihr wenigstens Eure Lösungsversuche beschreiben, da auch diese bei der Bewertung berücksichtigt werden, soweit sie für die Lösung brauchbar sind. Nicht verzagen!

Viel Spaß und Erfolg wünschen euch die Mathelehrer des SGW!

Aufgabe 1

Ihr kennt bestimmt die Quersumme als die Summe der Ziffern einer Zahl (man braucht sie zum Beispiel, wenn man prüfen will, ob eine Zahl durch drei ohne Rest teilbar ist).
In dieser Aufgabe geht es aber um das Querprodukt: Es ist das Produkt der Ziffern einer Zahl. Die Zahl 423 hat zum Beispiel das Querprodukt 24, denn $24=4\cdot2\cdot3$.
Unter der Zahlenkette einer Zahl Z entsteht, indem man von der Zahl Z ausgeht, ihr Querprodukt bildet, von diesem Querprodukt wieder das Querprodukt und immer so weiter. Die Zahlenkette der 79 beginnt also so: $79\rightarrow63\rightarrow18$...
Die Zahlenkette endet, wenn eine einstellige Zahl erreicht wird.
Die Zahlenkette der Zahl 79 ist also [79, 63, 18, 8]
a) Warum ist es sinnvoll bei einstelligen Zahlen aufzuhören?
b) Gebt eine Zahl an, deren Zahlenkette 5 Zahlen enthält. Gibt es auch eine zweistellige Zahl, deren Zahlenkette 5 Zahlen enthält?
c) Die Zahlenkette der 25 endet auf 0: [25,10,0]. Wie viele zweistellige Zahlen haben eine Zahlenkette, die auf 0 endet?

Aufgabe 2

Auf unserem Tisch stehen 4 verschlossene Kästchen. Eines davon enthält ein Goldstück, eines einen Stein, ein weiteres ein Stück Holz und das letzte enthält etwas Salz.
Drei unserer Kästchen sind beschriftet: „Gold oder Salz“ steht auf einem – „Stein oder Holz“ auf einem weiteren. Auf dem dritten ist „Gold oder Holz“ zu lesen. Jede der Aufschriften entspricht der Wahrheit!
Ihr dürft Euch ein Kästchen aussuchen: natürlich wollt Ihr das Kästchen mit dem Goldstück! Ihr dürft die Kästchen nicht weiter untersuchen. Aber bevor Ihr Euch festlegt, dürft Ihr den Inhalt eines Kästchens erfragen. Aber wählt klug – Ihr habt nur eine Chance. Nach der Antwort müsst Ihr Euch festlegen.
Bei welchem Kästchen fragt Ihr nach dem Inhalt? Wie wählt Ihr dann „Euer“ Kästchen?

Aufgabe 3

Ein Polyeder ist ein Körper. Alle Seitenflächen eines Polyeders sind eben (nicht gewölbt wie z.B. bei einer Halbkugel). Polyeder müssen nicht unbedingt so regelmäßig wie Würfel oder Tetraeder sein; auch ganz unregelmäßige Körper, deren Seitenflächen „schiefe“ Dreiecke, unregelmäßige Fünfecke usw. sind, sind Polyeder, wenn alle Seitenflächen eben sind.
Kann man davon ausgehen, dass jedes Polyeder (mindestens) zwei Ecken hat, von denen gleich viele Kanten ausgehen? Warum?

Viel Freude !!