Siebold - Gymnasium Würzburg

シーボルト

Mathe-Wettbewerb am Siebold 2016
Klassen 9a, 9b, 9c, 9d und 9e

Hinweise:

1. Wettbewerbsaufgaben sind keine Schulaufgaben. In der Regel benötigt man einige Zeit, bis das gestellte Problem ganz erfasst ist. Überlegt Euch Beispiele, zeichnet zuerst auf einem Überlegungsblatt oder bastelt vielleicht.

2. In der „Reinschrift“ Eurer Lösung kommt es auch darauf an, dass Ihr Euren Lösungsweg anschaulich beschreibt (Skizzen!), besonders geschickte Lösungsideen erklärt und logisch richtig und sprachlich gut darstellt.

3. Falls Ihr eine Aufgabe nicht vollständig lösen könnt, solltet Ihr wenigstens Eure Lösungsversuche beschreiben, da auch diese bei der Bewertung berücksichtigt werden, soweit sie für die Lösung brauchbar sind. Nicht verzagen!

Viel Spaß und Erfolg wünschen euch die Mathelehrer des SGW!

Aufgabe 1: Honig und Gewinn

Die fleißigen Bienen des Imkers Mathematicus haben 2015 überdurchschnittliche viel Honig gesammelt. Er möchte deshalb auch seinen Gewinn steigern. Üblicherweise wird ein Glas Honig (500 g) für 5 Euro verkauft. Er hat noch 100 Gläser Honig im Lager, welche er bis April 2016 erfahrungsgemäß verkauft hat. Der Einfachheit gehen wir davon aus, dass er keine weiteren Unkosten hat. Aus langjährigen Marktbeobachtungen weiß er, dass bei einer Erhöhung des Preises um 10 Eurocent pro Glas er ein Glas Honig weniger verkauft.

Bei welchem Verkaufspreis wäre sein Gewinn maximal?

Aufgabe 2: Domsingknaben

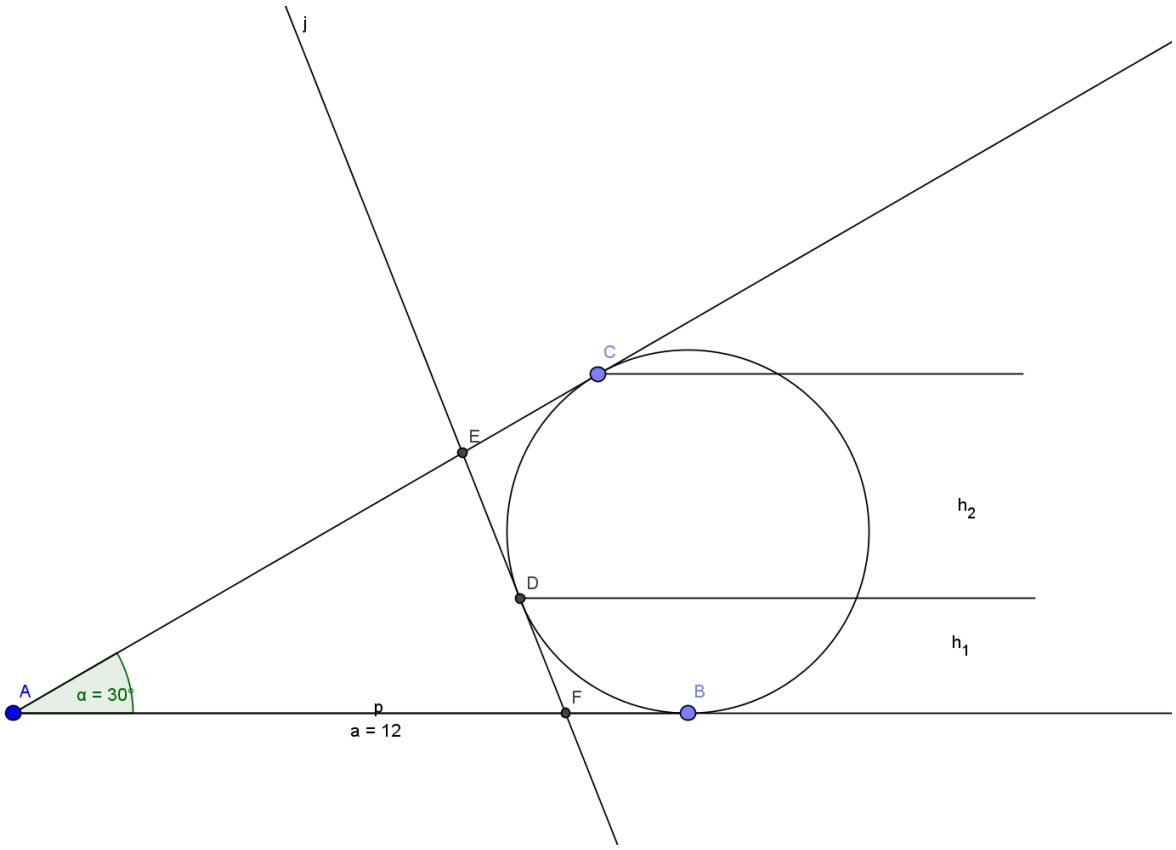
In einem Chor singen acht Schüler. Leider können zwei von ihnen nicht wirklich gut singen, und der Chorleiter möchte herausfinden, welche beiden das sind. Da er keinen alleine vorsingen lassen möchte, lädt er an jedem Tag vier von ihnen zu sich nach Hause ein und lässt sie dort gemeinsam etwas vorsingen. Am Klang dieses kleinen Chores kann er dann feststellen, ob unter diesen vieren mindestens einer der beiden gesuchten Schüler ist.

Zeigt: Wenn der Chorleiter eine geeignete Strategie benutzt, kann er garantieren, nach spätestens 7 Tagen herausgefunden zu haben, welche beiden Schüler nicht gut singen können.

Aufgabe 3: Der Kreis im Winkel

Auf der 12 m langen Strecke [AB] wird im Punkt B ein Kreis errichtet. Vom Punkt a geht eine Gerade aus, die mit der Strecke [AB] einen Winkel von 30° einschließt und den Kreis tangiert. Der Berührpunkt ist C. Der Abstand des Punktes C von der Strecke [AB] wird im Verhältnis $h_1 : h_2 = 2:1$ geteilt. Die Gerade, die unter diesem Winkel parallel zu [AB] verläuft, schneidet den Kreis im Punkt D. In D wird eine Tangente an den Kreis gelegt, die [AB] in F und [AC] in E schneidet.

Wie groß ist der Umfang des Dreiecks AEF?



Viel Freude!!!!!

Lösungen:

Aufgabe 1:

Einnahmen: (500 + x) (100 – x/10)

x: Erhöhung des Preises um x Cent

Lösung: x = 250 Cent

Aufgabe 2:

Nummeriere die Schüler von 1 – 8.
Am 1. Tag wählt der Chorleiter die Schüler 1- 4 aus.

a) Wenn diese fehlerfrei singen, dann sind die beiden schwächeren Singer unter den Schülern 5-8 und die lassen sich leicht mit 3 Versuchen finden, indem der Chorleiter an den folgenden 3 Tagen jeweils 3 Schüler mit den Nummern 1-4 und jeweils einen, täglich unterschiedlichen Schüler von 5-8 wählt.
   Nach 4 Tagen sind die schwächeren Sänger ermittelt.
b) Wenn die Schüler 1 – 4 nicht fehlerfrei singen, dann kommen am nächsten Tag die Schüler 5 – 8. Singen diese fehlerfrei, so sind die schwächeren Sänger unter den Schülern 1 – 4 und werden wie unter a) in weiteren 3 Tagen ermittelt.
   Singen die Schüler 5- 8 nicht fehlerfrei, so ist in jeder Gruppe der ersten beiden Tage jeweils ein schwacher Sänger.

Am 3. Tag wählt der Chorleiter in diesem letzten Fall unter b) die Schüler mit den Nummern 1,2,5 und 6 zum Vorsingen aus.

a) Singen diese fehlerfrei, so sind die schwächeren Sänger unter 3,4, 7 und 8 und lassen sich in spätestens 3 Tagen finden.

b) Wenn die Schüler 1,2, 5, und 6 nicht fehlerfrei singen, dann kommen am nächsten Tag die Schüler 3,4,7 und 8. Singen diese fehlerfrei, so sind die schwächeren Sänger unter den Schülern 1 ,2,5 und 6 und werden wie unter a) in weiteren 3 Tagen ermittelt.
   Singen die Schüler 3,4, 7und 8 nicht fehlerfrei, so ist in jeder Gruppe des dritten und vierten Tages jeweils ein schwacher Sänger.

c) In diesem Fall unter b) sind die schwachen Sänger entweder in der Gruppe (1,2,7,8) oder in der anderen Vierergruppe. Denn hätte man am dritten Tag einen schwachen Sänger ausgetauscht, so hätte wiederum ein schwacher Sänger eingetauscht werden müssen <u>oder</u> es wäre kein schwacher Sänger ausgetauscht worden, so wäre auch kein schwacher Sänger hinzugekommen.
   Am 5. Tag singt dann die Gruppe (1,2, 7, 8) vor.
   Singt sie fehlerfrei, sind die schwachen Sänger in anderen Gruppe (entweder 3 oder 4 und entweder 7 oder 8). Diese beiden lassen sich in 2 Tagen finden, wenn der Chorleiter am 6. Tag z. B. die Gruppe (1,2,7 ,3) singen lässt. Bei fehlerfreiem Singen ist Schüler 4 ein schwacher Sänger, bei fehlerhaftem Singen Schüler Nr. 3 .
   Analog am 7. Tag mit Schüler Nr. 5.
   Singt die Gruppe (1,2,7,8) fehlerhaft, so findet man die beiden schwächeren Sänger

analog wie eben, indem man an einem Tag die Gruppe (1,3,4,5) bildet und am 7. Tag die Gruppe (7,3,4,5).

Aufgabe 3:

Umfang des Dreiecks AFE = 24 cm, da Tangentenabschnitte jeweils gleich lang sind!